

סיבוכיות זיכרון

הרכבת רדוקציות

אם f רדוקציה במקום לוגריתמי מ- A ל- B , ו- g רדוקציה במקום לוגריתמי מ- B ל- C :
 כדי להרכיב רדוקציות, מחזיקים סרט וירטואלי עבור הפלט של f . אם מתבקשים לחשב את $g \circ f(x)$, מריצים את M_g על הסרט הווירטואלי, ובכל פעם שצריך ביט j מתוך $f(x)$, מריצים את M_f על מנת לחשב אותו.
 לכן, צריכת הזיכרון של $f +$ צריכת הזיכרון של $g + O(\log n)$, ובסך הכל $O(\log n)$.

סיווג בעיות

1. בהינתן גרף מכון G ושני צמתים s, t , האם קיימים בדיוק שני מסלולים שונים מ- s ל- t ?
פתרון: הבעיה ב- NL . לשם כך, די לוודא ש:
 1. ב- G יש לפחות שני מסלולים מ- s ל- t .
 2. ב- G יש פחות משלושה מסלולים מ- s ל- t .
 הבעיה הראשונה ב- NL : מנחשים מראש מקום בו המסלולים שונים, מנחשים שני מסלולים באורך לכל היותר n , בודקים שהם אכן מסלולים ושהם שונים במקום שניחשנו. אם כן, מקבלים.
 לגבי הבעיה השנייה: הבעיה המשלימה היא: "האם קיימים לפחות שלושה מסלולים שונים מ- s ל- t ?" בעיה זו היא ב- NL (כמו קודם), ולכן לפי משפט אימרמן, גם הבעיה השנייה ב- NL .
2. בהינתן גרף מכון G , האם הקוטר שלו הוא לפחות $\frac{n}{2}$? $(\text{קוטר } G = \max_{u,v} \text{dist}(u, v))$
פתרון: הבעיה המשלימה: הקוטר הוא פחות מ- $\frac{n}{2}$, כלומר המרחק בין כל שני צמתים ב- G קטן מ- $\frac{n}{2}$. להכרעת בעיה זו, נעבור על כל זוגות הצמתים בגרף, ולכל זוג ננסה לנחש מסלול באורך קטן מ- $\frac{n}{2}$. אם מצאנו מסלולים כנ"ל לכל זוג, נקבל. אחרת, נדחה.
 לכן, לפי משפט אימרמן, גם הבעיה המקורית היא ב- NL .
3. בהינתן G, s, t כנ"ל, האם יש מסלול באורך בדיוק 17 בין s ל- t ?
פתרון: ב- L : עוברים על כל סדרות הצמתים באורך 17, ובודקים האם זהו מסלול מ- s ל- t .
4. בהינתן גרף לא מכון G ושני צמתים s, t , האם קיים מסלול מ- s ל- t ?
פתרון: ב- L , לפי משפט *Reingold* משנת 2005.
5. בהינתן גרף G , האם יש בו חלוקה לשני קליקים?
פתרון: ב- G יש חלוקה לשני קליקים אם ורק אם ב- $\bar{G}$ יש חלוקה לשתי קבוצות בלתי תלויות אם ורק אם $\bar{G}$ הוא 2-צביע אם ורק אם כל המעגלים ב- $\bar{G}$ זוגיים. לכן, הבעיה המשלימה: האם יש מעגל אי-זוגי ב- $\bar{G}$? בעיה זו ב- NL , ולכן לפי משפט אימרמן, גם הבעיה המקורית ב- NL .
6. בהינתן G , האם קיימות $A, B \subseteq V(G)$ כך ש- $|A \cap B| = 1$ ו- $A \cup B = V(G)$ כך ש- A קליק ו- B קבוצה בלתי תלויה?
פתרון: ב- L . עוברים על כל הצמתים בגרף, ולכל צומת בודקים האם שכניו הם קליק, והאם קבוצת הלא-שכנים היא בלתי תלויה.
7. בהינתן גרף G , האם לכל שני מעגלים פשוטים C_1, C_2 ב- G מתקיים $|C_1| + |C_2| < n$?
פתרון: הבעיה $coNP$ -שלמה.
 הבעיה המשלימה: האם קיימים C_1, C_2 כך ש- $|C_1| + |C_2| \geq n$? יש רדוקציה מבעיית המעגל ההמילטוני.