

משפט:

אפשר לתרגם מ"ט עם k סרטים שרצה בזמן $T(n)$ למ"ט עם סרט אחד שרצה בזמן $O(k \cdot T^2(n))$.
החסם הדוק: $L = \{x \in \{0,1\}^n \mid x \text{ 0 }^n\}$. יש לה מ"ט עם 2 סרטים וזמן לינארי.

טענה:

כל מ"ט עם סרט אחד דורשת זמן $\Omega(n^2)$.

אלגוריתמים ידועים

- אלגוריתם זרימה - משנות ה-50.
- אלגוריתם Edmonds - משנת 65.
- Minimum Spanning Tree* - סיבוכיות זמן של האלגוריתם הכי טוב שידוע היום - כמעט לינארי ב-RAM.
- סיבוכיות כפל שתי מטריצות עם האלגוריתם הטריביאלי:
 - $O(m^3)$ במודל RAM - גישה ישירה לקלט.
 - $O(m^5)$ על מ"ט: m^3 צעדי גישה לזיכרון, וכל גישה עלולה לקחת $O(m^2)$ צעדים.

גרף הקונפיגורציות

נתונה מכוונה דטרמיניסטית M , קלט $x \in \{0,1\}^n$. אזי $G_x = (V, E)$, כאשר הקודקודים הם כל הקונפיגורציות האפשריות, והקשתות מכוונות לפי המעברים האפשריים בין הקונפיגורציות.

מסקנה: מכיוון ש- M עוצרת על x , היא לא נכנסת למעגל, ולכן עוצרת תוך $|V|$ צעדים. לכן,

$$\text{SPACE}(S(n)) \subseteq \text{Time}(\underbrace{2^{O(|S(n)|)} \cdot s(n) \cdot n}_{\text{חסם על } |V|})$$

PSPACE סגורה תחת רדוקציות פולינומיות:

נניח $L \in \text{PSPACE}$, ו- $L' \leq_p L$. נפתור את $L' \in \text{PSPACE}$:
 בהינתן קלט x :

- נריץ רדוקציה $\varphi(x)$.
- נבדוק $\varphi(x) \in L$?

מש"ל.

משפט:

LOG סגורה תחת רדוקציות LSPACE.

טענה: אם $L \in \text{LOG}$ נפתרת על ידי מ"ט $M \in \text{LOG}$ ו- $L' \leq_{\text{LOG}} L$ רדוקציה $f \in \text{LOG}$, אזי $L' \in \text{LOG}$.

אלגוריתם: קלט $x \in \{0,1\}^n$.

- נחשב את $f(x)$.
 - נריץ את M על $f(x)$.
- האלגוריתם טוב: $x \in L' \Leftrightarrow f(x) \in L \Leftrightarrow M(f(x))$ מקבלת.
הבעיה: זה אלגוריתם יקר, כי אין לנו איפה לרשום את $f(x)$.
הפתרון: נשנה את האלגוריתם.
האלגוריתם החדש:

- נריץ את M כאילו יש לנו את הקלט $f(x)$.
- כל פעם ש- M מבקשת קלט מ- $f(x)$, נניח את הביט ה- i , נריץ מחדש את f על x , עם ביטים שיוצאים לסרט פלט, ונספור עד שנגיע לביט ה- i , ניקח אותו ונחזיר להרצה של M .

סיבוכיות הזיכרון:

$$1. \text{ סיבוכיות של } M : O(\log |f(x)|) = O(\log n)$$

$$2. \text{ סיבוכיות הזכרון של } f : O(\log n)$$

$$3. \text{ אדמיניסטרציה: } O(\log n)$$

$$\text{סיבוכיות זמן: ממילא } 2^{O(s)} = \text{Poly}(n)$$

הגדרה:

שפה L היא **שלמה** במחלקה C אם $L \in C$ וכל $L' \in C$ מקיימת $L' \leq_p L$.

משפט Cook/Levin

SAT היא NP-שלמה.

צ"ל: לכל שפה $L \in NP$ שנפתרת על ידי $M(x, u)$ יש רדוקציה $f_M: \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$ כך ש- $f \in P$

ו- $x \in L \Leftrightarrow f(x) \in SAT$.

כלומר, צ"ל שיש רדוקציה $f_M: x \rightarrow \varphi_{M,x}$ כך ש- $x \in L \Leftrightarrow \varphi_{M,x}$ ספיק.

בהינתן קלט x , סט המשתנים של הפסוק: $u_1, \dots, u_{p(n)}$, ו- $x_{i,j,s}$ $\forall i, j, s$. נבנה את הפסוק של טבלת החישוב.

אם $x \in L$ אזי קיים u כך ש- $M(x, u) = 1$, ואז קיימת השמה למשתנים $x_{i,j,s}$ שתספק את הפסוק.

אם קיימת השמה ל- u ו- $x_{i,j,s}$ שמספרת את הפסוק, אזי $M(x, u) = 1$, ולכן $x \in L$.