

W3D3
11/11/14

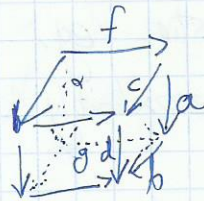
קריטריונים

פרק 4 - יחידות (ש"כ ש"ה)

(f) פברק

(g) קרוב

pk - יקוצ שכל חבורה מה אוי-א-abc
כא $ba f = d c f$.



pk - יקוצ שכל חבורה מתחבורה מה
אוי-א- $b g a = b a f$ כא

(Lang Algebra - 2- Functors)

(b) קריטריונים: R - ח' $P \xrightarrow{f} A \xrightarrow{g} B$ נכונה סדרה מקווקר
כא $P \xrightarrow{(p,g)} A \oplus B \xrightarrow{(g)} Q \rightarrow 0$ סכום חבורות

בדיקה $b \in \ker \mu$ כא $(0, b) \in \ker \mu$. לכן $p \in \ker \mu$ כן g
 $(f p, g p) = (0, b)$ לכן $f p = 0 \leftarrow p = 0 \leftarrow g p = 0 \leftarrow b = -g p = 0$

(c) מח' $T: R\text{-mod} \rightarrow R\text{-mod}$ נקרא מח' p כא $R \text{ mod } I$
 A יס סדרה מקווקר $0 \rightarrow A \xrightarrow{f} B$ כן $T f = 0$ ל-
(הזרה - $T f = 0$ מכא $T B = 0$)

קו-מח' T אותו דבר כא T סדרה מקווקר $0 \rightarrow B \xrightarrow{g} C$
כן $T g = 0$ (ולכן $T B = 0$) $R \rightarrow M_n(R) = \mathbb{Z}[R]$ מח' p וקו-מח' T
ב- T סוקטורים

יהי $\mathbb{Z} \subseteq K$ אינקרס (סכום או $\mathbb{Z}_0$ או $\{\pm 1\}$)
 R ח' סדרה סוקטורים $\{T^n\}$ כא T^n קו-מח' T
 $R\text{-mod} \rightarrow \mathbb{Z}\text{-mod}$ נקרא T סוקטור T סדרה מקווקר

1 $0 \rightarrow A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C \rightarrow 0$ R - מח' T

ק"מ ח' T^n ח' $T^n A \xrightarrow{T^n f} T^n B \xrightarrow{T^n g} T^n C \rightarrow 0$
כן T^n $T^n A \xrightarrow{T^n f} T^n B \xrightarrow{T^n g} T^n C \rightarrow 0$ (2)

קו-מח' 1- (2) סוקטורים T^n - (1) כא $0 \rightarrow A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C \rightarrow 0$

ח' T^n $T^n A \xrightarrow{T^n f} T^n B \xrightarrow{T^n g} T^n C \rightarrow 0$
ח' T^n $T^n A \xrightarrow{T^n f} T^n B \xrightarrow{T^n g} T^n C \rightarrow 0$
ח' T^n $T^n A \xrightarrow{T^n f} T^n B \xrightarrow{T^n g} T^n C \rightarrow 0$

④ ב-פיקטור בבה קרא קדומות אס ② ומיז מדיקת

18 let $\varphi: T \rightarrow S$ is a surjective map $S = \{S^i\}_{i \in T}$ p1 (5)

פ-פונקצורים $\varphi_n: T^n \rightarrow S^n$ האם סדרת האפיקות φ_n אפיונת φ_n כן

שלב סדרה מחוקת (1) $T^n_C \xrightarrow{f^n} T^{n+1}_A$ חילופי ריבויים

חילופים כי ההצטרפות ψ מבטלות $\int \rightarrow \int_{A_n}$ $\varphi_n \downarrow S_n^{\#} C$

המשפט: φ_n הרכיבים של $\varphi^{-1} = \{\varphi_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ הם p_k ו- s_k של PS ו- SK בהתאמה.

א' ש' ק' א' י' ש' פ' - מונק אור"ז (סקילות לבסית).

(6) אם $\mathcal{C}$ מתחיל ב- $\mathbb{Z}$ (מתחיל ב- $\mathbb{Z}$) וסגור (סגור) תחת $\cdot$ (תחת $\cdot$) אז $\mathcal{C} = \mathbb{Z}$ (אז $\mathcal{C} = \mathbb{Z}$)

ב- סונקטור קומוטאטיוו' און H^n $(\{H^n(G_i, -)\}_{i \geq 0})$ $\{H^n(G_i, -)\}_{i \geq 0}$

מחיר וקו - מחיר (ול) $100 - 1$ מחיר.

(7) אלו סמנים - יהיה $J = \{0, 1, \dots\}$ (או $J = \{0, 1\}$). יהיה $\{\tau_\alpha^n\}_{n \in J}$ סדרה של

קריטריון ϵ - T^n חזק 1 - ϵ T אינפרס ϵ קאונטרפול

א' ב - מונקטור S והצורה $S^0 \rightarrow T^0$ מונקטור

$H^0 \leftrightarrow H^0$ אטום $\rightarrow S$ פאראדוקסאל φ_n

ואכן הקל מאוואזיה תהיה יחידה.

תוכחה: נגזרת א' נראקטיווית $\varphi_{n=1}^{\text{מח}}$ ב' ח' קוּת $\varphi_n - N$ - $\varphi_{n=1}$ $\varphi_{n=1} - N$

צבנה ψ_1 באופן הכללי (לא מוסדר) (ה'אב סדין) - (ה' א' R-מיון, מיון)

המשפט הראשון: $A \models \varphi \iff \exists \text{ מודל } M \text{ של } A \text{ כזה ש-} M \models \varphi$

$$T^0 B \xrightarrow{\quad} T^0 C \xrightarrow{f_2} T^1 A \xrightarrow{f_3} T^1 B \quad \text{sp'ib N}$$

$\varphi_0(B) \downarrow \quad \varphi_0(C) \downarrow \quad \varphi_0(D) \downarrow$
 $S \circ B \xrightarrow{\varphi_0} T \circ C \xrightarrow{\varphi_0} U \circ D$

וטל אלהים $\varphi_1(A)$ בעצרת הסדרה המקבילית ויחידות מובנות

N'3. נוב'ים φ_1 $\sqrt{}$ ה'ו' סססס (1) פ' ל' 2 - ססססס נקו'קות

$$O \rightarrow A \xrightarrow{f} B \rightarrow C \rightarrow O \quad \text{MIRN} \quad \text{MIR}$$
$$\begin{array}{ccccccc} \mathcal{E} = \text{id}_X & & & & & & \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 0 & \rightarrow & 1 & \xrightarrow{g} & 0 & \rightarrow & 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \tau^1 f = \tau^1 g = 0 \\ \cup \end{array}$$
$$0 \rightarrow A \xrightarrow{\gamma} B \xrightarrow{\beta} C \rightarrow 0$$

כמה שנים מתחילת

כ"י פס ספדים
א"י וסחתונה כ"י

5,7 - סומק אורז

הקדמ'ר - והאחור'ר
מתחלפות לפי קנ"ח

pr. φ_1

נקבה קטנה

The diagram illustrates a geometric construction involving points P , A , and A' . It features several lines and angles labeled with Greek letters and subscripts:

- Points P , A , and A' are arranged in a roughly triangular pattern.
- Lines connect P to A and P to A' .
- Angles are labeled: θ at P , θ' at A , and θ'' at A' .
- Other labels include γ , γ' , γ'' , γ_0 , γ_1 , γ_2 , γ_3 , γ_4 , γ_5 , γ_6 , γ_7 , γ_8 , γ_9 , γ_{10} , γ_{11} , γ_{12} , γ_{13} , γ_{14} , γ_{15} , γ_{16} , γ_{17} , γ_{18} , γ_{19} , γ_{20} , γ_{21} , γ_{22} , γ_{23} , γ_{24} , γ_{25} , γ_{26} , γ_{27} , γ_{28} , γ_{29} , γ_{30} , γ_{31} , γ_{32} , γ_{33} , γ_{34} , γ_{35} , γ_{36} , γ_{37} , γ_{38} , γ_{39} , γ_{40} , γ_{41} , γ_{42} , γ_{43} , γ_{44} , γ_{45} , γ_{46} , γ_{47} , γ_{48} , γ_{49} , γ_{50} , γ_{51} , γ_{52} , γ_{53} , γ_{54} , γ_{55} , γ_{56} , γ_{57} , γ_{58} , γ_{59} , γ_{60} , γ_{61} , γ_{62} , γ_{63} , γ_{64} , γ_{65} , γ_{66} , γ_{67} , γ_{68} , γ_{69} , γ_{70} , γ_{71} , γ_{72} , γ_{73} , γ_{74} , γ_{75} , γ_{76} , γ_{77} , γ_{78} , γ_{79} , γ_{80} , γ_{81} , γ_{82} , γ_{83} , γ_{84} , γ_{85} , γ_{86} , γ_{87} , γ_{88} , γ_{89} , γ_{90} , γ_{91} , γ_{92} , γ_{93} , γ_{94} , γ_{95} , γ_{96} , γ_{97} , γ_{98} , γ_{99} .

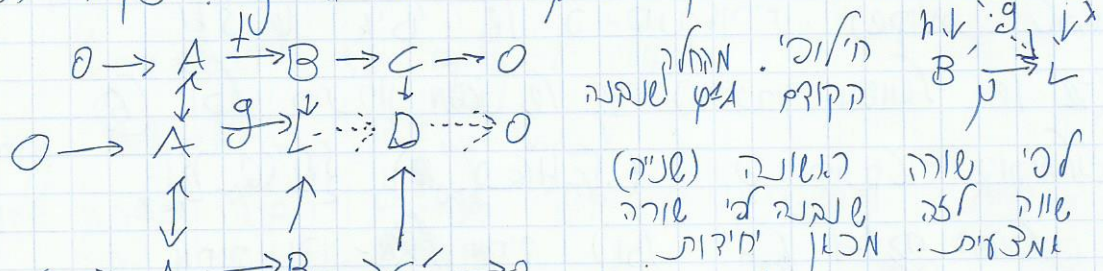
הפאה הימנית מתחלפת אחרי הרכבה עם $A \rightarrow \text{שט} : \text{אבל}$ היא
 אז כי השורה השנייה ~~היא~~ מקווקר ולכן היא ימנית מתחלפת

מכאן ψ - כפי שבנינו הוא יחיד.

כעת נניח שיש 2 סדרות מקווקר
 $f: B \rightarrow C \rightarrow 0$
 $0 \rightarrow A \xrightarrow{f} B \rightarrow C \rightarrow 0$ נקבע

סדרה מקווקר $0 \rightarrow A \xrightarrow{f} B \oplus B \xrightarrow{g} L \rightarrow 0$ ונקבע יחידים חילופיים

$\ker f = 0$ וכן $\ker g = 0$ ו- $\text{Im } f = \text{Im } g = \ker g$ נקבע יחידים



לפי שורה ראשונה (שניה)
 שורה אצל שנייה כי שורה
 אמצעים. מכאן יחידות

צריך לבדוק חילופי ψ ו- ϕ ומונקטור וזה קי פשוט.

יש למשל ב-Brown - Cohomology of Groups - Rotman, Cohomology of Groups - Intro. to Hom. Alg.
 יש משפט דואלי לחצי השני של הסדרה.

הצורות/מסקנות

① $\varphi \leftarrow \{\varphi_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ מתחלפת יפה ביחס להרכבות.

אם φ צורה כל φ הוא צורה ולכן אם φ שקילות
 טבעיות $\varphi = \{\varphi_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ איש ב-פונקטורים.

② אם φ, ψ פתרונות משאל של $\mathbb{Z}$ אז מקבלים שקילות

לכסית יחידה $\varphi = \{\varphi_n: H_n^x \rightarrow H_n^y\}_{n \in \mathbb{N}}$ כך ש-
 הוא האינד $\varphi_n = \frac{A_n}{B_n} \varphi_{n-1}$. יותר חזק מאילו קטני-
 $H_n^x(G, A) \xrightarrow{\varphi_n} H_n^y(G, A)$

אבלר אנדר של חדר הוא רשמי (בא פתרון מסוים).

משפט דואלי - $S = \{s_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ פונקטור קובולומי

וקו מחיק $1 \leq n$ אז הוא (קו-) אוניברסלי בחיוב
 הבא - אם φ איש ב-פונקטורים $S \rightarrow T$ ניתן להרכבה
 אמורפיס $S \rightarrow T: \varphi$ באופן יחיד.

קובולומי ט"ס מחיקה וזכר קו מחיקה ולכן -

משפט 'היו φ, ψ פתרונות $\mathbb{Z}$ של $\mathbb{Z}$, אז קיימת

זה נותן גם שקילות (זהה או שמשאט) $H^*(G, A) \rightarrow H^{an}(G, A)$, I - סגור.
מק 5 - הקומפלקס הסטנדרטי.

[illegible]
$$q_n \sigma_m(\sigma_0 \otimes \dots \otimes \sigma_n) = \sum_{i=0}^n (-1)^i (1_G \otimes \sigma_1 \otimes \dots \otimes \hat{\sigma}_i \otimes \dots \otimes \sigma_n) \# \quad q_n \# (\sigma_0 \otimes \dots \otimes \sigma_{n-1}) = 1_G \otimes \sigma_0 \otimes \dots \otimes \sigma_{n-1}$$

$$q_{n+1} \sigma_{n+1} q_{n+1} (\sigma_0 \otimes \dots \otimes \sigma_n) = \sigma_{n+1} (1_G \otimes \dots \otimes \sigma_n) = \sigma_0 \otimes \dots \otimes \sigma_n - \sum_{i=0}^n (-1)^i (1_G \otimes \dots \otimes \hat{\sigma}_i \otimes \dots \otimes \sigma_n).$$

המשפט נכון לכל $n \in \mathbb{N}$ וקל לראות $q_n \sigma_n + \sigma_{n+1} q_{n+1} = \text{id}_{q_n}$ וכן

$$\exists \sigma_1 \otimes \sigma_2 \otimes \dots \otimes (\sigma_1 \dots \sigma_n) = [\sigma_1 \dots \sigma_n] \quad (n \geq 1) \quad \text{משפט 1.1 (המשפט הראשון)}$$

$$\{\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n\}_{\sigma \in G} = \sigma_0 [\sigma_1 \dots \sigma_n] = \sigma_0 \otimes (\sigma_1 \sigma_2) \otimes \dots \otimes (\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n) \quad \text{שם}$$

$B_0 = \{I_G\} = [\cdot, \cdot]$. B_n ג'ו'ס פ'ר $\mathbb{Z}[G]$ y_n פ'ר
 B_n ג'ו'ס פ'ר $\mathbb{Z}[G]$ x_n פ'ר

$$\xrightarrow{\partial_{n+1}^*} X_n \xrightarrow{\partial_n^*} \dots \xrightarrow{\partial_1^*} X_0 \xrightarrow{\varepsilon^*} \mathbb{Z} \rightarrow 0$$

כל ה- ∂ ו- ε הם מורפיזמים של $\mathbb{Z}[X]$ -מודולים

$$\partial_n [\sigma_1 \dots \sigma_n] = \partial_n (1_G \otimes \sigma_1 \dots \otimes (\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n)) = \sigma_1 \otimes (\sigma_1 \sigma_2) \dots \otimes (\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n) +$$
$$\sum_{i=1}^{n-1} (-1)^i (1_G \otimes \sigma_1 \otimes \dots \otimes (\sigma_i \sigma_{i-1}) \otimes (\sigma_1 \dots \sigma_i \sigma_{i+1}) \otimes \dots \otimes (\sigma_1 \dots \sigma_n)) + (-1)^n 1_G \otimes \sigma_1 \otimes \dots \otimes (\sigma_1 \dots \sigma_{n-1})^2$$
$$\sigma_1 [\sigma_2 \dots \sigma_n] + \sum_{i=1}^{n-1} (-1)^i [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{i-1}, \sigma_i \sigma_{i+1}, \dots, \sigma_n] + (-1)^n [\sigma_1, \dots, \sigma_{n-1}]$$

בטלג הזה אטר שאר י"א חלס אר צר בקד יד¹⁵ה? ענינו וו שר קטיל.

