

W6D3
2/12/14

קורס חשבון

אינברזיה

תצבורת $\inf^n$: $H^n(G/\Gamma, A) \xrightarrow{\xi^n} H^n(G, A^\Gamma) \xrightarrow{\text{inc}^n} H^n(G, A)$ זה לא קודמ'י רגיל זה לא
 A - G מודול ו- G - A מודול. ξ^n מורכב מ- σ - סטנדרט
 מודולריות על G - מודול, כך ל- $B \xrightarrow{G/\Gamma} B^G$
 G - מודול. $\inf^n$ נובע מהצטרפות על שרשראות
 $C^n(G/\Gamma, A^\Gamma) \xrightarrow{\xi^n} C^n(G, A^\Gamma) \xrightarrow{\text{inc}^n} C^n(G, A)$
 $C^0(G/\Gamma, A^\Gamma) = A^\Gamma \hookrightarrow A = C^0(G, A)$

תכונות: $0 \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow 0$ אם Γ - סדרות קצרות

$0 \rightarrow A^\Gamma \rightarrow B^\Gamma \rightarrow C^\Gamma \rightarrow 0$ - Γ מודולריות, אם Γ מודולריות, Γ מודולריות!

(סדרה לקודמ'י רגיל ו- Γ מודולריות).

$$\begin{array}{ccc} H^n(G/\Gamma, C^\Gamma) & \xrightarrow{\xi^n} & H^n(G, C^\Gamma) \xrightarrow{\text{inc}^n} H^n(G, C) \\ \downarrow \sigma & & \downarrow \sigma \\ H^n(G/\Gamma, A^\Gamma) & \xrightarrow{\xi^n} & H^n(G, A^\Gamma) \xrightarrow{\text{inc}^n} H^n(G, A) \end{array}$$

הוכחה: $H^n(G/\Gamma, C^\Gamma) \xrightarrow{\xi^n} H^n(G, C^\Gamma) \xrightarrow{\text{inc}^n} H^n(G, C)$
 $H^n(G/\Gamma, A^\Gamma) \xrightarrow{\xi^n} H^n(G, A^\Gamma) \xrightarrow{\text{inc}^n} H^n(G, A)$

ה- $G/\Delta \cong \Gamma/\Delta$ ו- $\Delta \triangleleft \Gamma \triangleleft G$

$$H^n(G/\Gamma, A^\Gamma) \xrightarrow{\inf^n} H^n(G/\Delta, A^\Delta) \xrightarrow{\inf^n} H^n(G, A)$$

האם חלופי: $\inf^n_{G/\Gamma} \rightarrow \inf^n_{G/\Delta} \rightarrow \inf^n_G$

מ"י מודולריות באמצעות שרשראות.

אם $\Delta \triangleleft G$ כך ל- $\Delta \triangleleft \Gamma \triangleleft G$

$$\begin{array}{ccc} H^n(G/\Delta, A^\Delta) & \xrightarrow{\inf^n} & H^n(G, A) \\ \text{res} \downarrow \uparrow \text{cor} & & \text{res} \downarrow \uparrow \text{cor} \\ H^n(\Gamma/\Delta, A^\Delta) & \xrightarrow{\inf^n} & H^n(\Gamma, A) \end{array}$$

החלופי res, cor

התכונות החלופיות (ה-)

res - Γ מודולריות בקלות מודולריות.

אם מודולריות מודולריות כי Γ - cor

זה סדרה Γ מודולריות

בדיקה

$$\begin{array}{ccc} H^n(G/\Delta, A^\Delta) & \xrightarrow{\xi^n} & H^n(G, A^\Delta) \xrightarrow{\text{inc}^n} H^n(G, A) \\ \text{res} \downarrow \uparrow \text{cor} & & \text{res} \downarrow \uparrow \text{cor} \\ H^n(\Gamma/\Delta, A^\Delta) & \xrightarrow{\xi^n} & H^n(\Gamma, A^\Delta) \xrightarrow{\text{inc}^n} H^n(\Gamma, A) \end{array}$$

המאפיין מודולריות
 בין Γ - מודולריות
 מודולריות על קטגוריה
 של G/Δ - מודולריות
 מודולריות G/Δ - מודולריות

$\text{res} - \int$ טריווילי כי $n=0$ יש פתרון קבוע
 $G/\Delta = U(S_i, A)(\Gamma/\Delta)$ שכן $G = V/S_i \Gamma$

לכן פירוש של $N_{(G/\Delta)/(\Gamma/\Delta)}$ ~~הוא~~ $= \sum_i S_i \Delta$, $N_{G/\Gamma} = \sum_i S_i$ וכן

$$\begin{array}{ccc} B^{\otimes d} & \xrightarrow{id} & B^{\otimes} \\ \uparrow N_{G/A}/(r/s) & & \uparrow N_{G/r} \\ B^{r/s} & \xrightarrow{id} & B^r \end{array}$$

סדרת - פונקציה

תהי $\Gamma \triangleleft G$ נורמלית. בואי הסדירה $0 \rightarrow H^n(G/\Gamma, A) \xrightarrow{\text{inf}} H^n(G, A) \xrightarrow{\text{res}} H^n(\Gamma, A)$ $n \geq 1$ A G -מודול.

הצורה 1 מקלוביות $\inf - \sup$ $\rho = 1$ מנתבאה בקוזמית
נקבל use קומסקס

סוג $n=1$ הסדרה נזירות

למשל $\alpha \in H^1(G/\Gamma, A^r)$: $H^1(G/\Gamma, A^r) \rightarrow \mathbb{R}$ וקראו

$$5kl) f!G \rightarrow G/\Gamma \rightarrow A^1/\Gamma \rightarrow A \text{ "r" } c3''n \text{ inf } \times . p!G/\Gamma \rightarrow A^n$$

$p \in A$ פון p נאכ f שוין $\inf = 0$ פאר $f(\sigma) = \varphi(\sigma)$

$\rho f, \sigma a = a \quad \rho f, f(x) = f(1) \quad \rho \Vdash \rho \Vdash N \quad x \in \Gamma \quad \rho f, f(\sigma) = \rho(\sigma \Gamma) = \sigma a - a - 1$

∴ $\psi(\sigma) = (\sigma^{-1})a - a \quad | \omega N | \quad a \in A^r$

(res $\alpha = 0$ - e p.d) ~~18~~ $\alpha \in H^1(G, A)$ n'w : $H^1(G, A) \rightarrow \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$

ה'תש"ח ע"פ חוק המבחן של $f: G \rightarrow A$ מ"ק"ב

$\rho \in \mathcal{A}^{\vee}$, $\text{res } \rho = 0$ וכל $f|_{\pi}$ $f|_{\pi}: \pi \rightarrow A$
 $\{\sigma \xrightarrow{\epsilon \rho} \sigma a - a\}$ כלל π וכל γ $f(\gamma) = a\gamma - a$ - 0

$f|_{\gamma} = 0$ מקבל את המרחב

כרמל י'ל' זעל, סעצ. f קריקאוס אלס

$$0 = (df)(\bar{x}, \sigma) = f(\sigma) - f(r\sigma) + f(r), \quad 0 = (df)(\sigma, \bar{x}) = \underbrace{f(\sigma) - f(\sigma \bar{x})}_{=0} + f(\sigma)$$

אם f מתחלפת בנקודה a אז $f(a) = 0$ וכל x סמוך ל- a מקיים $f(x) \neq 0$.

$$\gamma f(\sigma) = f(\gamma\sigma) = f(\sigma) \quad \text{für } \sigma \in N \quad \gamma' \in N \quad f(\gamma\sigma) = f(\gamma\sigma\gamma') = f(\sigma)$$

אם $\text{Int} \in A$ ואם $N_{\text{Ext}} : G/\Gamma \rightarrow A'$ אז כן $-e$

עצמאות של $\mathbb{R}$ על $\mathbb{Q}$ $\Rightarrow$ $\mathbb{R}$ איננו $\mathbb{Q}$ -ווקטור ספיק $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Q}$ $\xrightarrow{\varphi} A^n \rightarrow A$

$$\alpha = \inf \beta \quad \text{s.t.} \quad \beta = \bar{\psi} \in H^1(\Gamma, A^n) \quad \gamma \geq k$$

משפט: יהי A G -מחול, $G \triangleleft \Gamma$ וסקר Γ זוג מתקיים

$(i=1, \dots, n, A=0)$ $H^i(\Gamma, A) = 0$ (אין תנאי). אז הסדרה מחזיקת

הערה: בסדרה נוקט $H^i(G, A) \xrightarrow{\inf} H^i(\Gamma, A)$ $(i=1, \dots, n-1)$

הוכחה: ג'ינזוקציה, ראוי $\Gamma = 1$. נניח $n \geq 1$. ראוי סדרה מחזיקת (מחזיקה)

$0 \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow 0$ כאלו B אריואלי קומוטאטיווית. בסדרה נכח

של $-2, \dots, n-1, 0$ $H^i(\Gamma, A) \xrightarrow{\inf} H^i(\Gamma, C)$ וכן C מקיים את תנאי המשפט למעלה.

מהסדרה הארוכה $H^i(\Gamma, A) \xrightarrow{\inf} H^i(\Gamma, C)$ נקבל סדרה מחזיקת

$(II) \quad 0 \rightarrow A' \rightarrow B' \rightarrow C' \rightarrow H^1(\Gamma, A) \xrightarrow{\inf} H^1(\Gamma, C)$ וכן ק"מ סדרה מחזיקת $0 \rightarrow A' \rightarrow B' \rightarrow C' \rightarrow 0$

בנוסף ראוי במקום Γ מחול A' מושרי B' הוא G/H

מחול מושרי. כעת, נרמז את השיעור

(שורה עליונה מחזיקת) $0 \rightarrow H^{n-1}(G/H, A') \xrightarrow{\inf} H^{n-1}(G/H, C') \xrightarrow{\inf} H^{n-1}(\Gamma, C')$
 $\approx \downarrow \inf \quad \downarrow \inf \quad \downarrow \inf \quad \downarrow \inf$
 $0 \rightarrow H^n(G/H, A') \xrightarrow{\inf} H^n(G/H, C') \xrightarrow{\inf} H^n(\Gamma, C')$
 (התחתונה)

פרק 9: הצגה

① שליחת מבנה תבנית G, G' חבורות סופיות, A

G -מחול A' ו G' -מחול, ונניח שק"מ A' .
 $S = \{ S_\alpha: A \rightarrow A', S_\epsilon: G \rightarrow G' \}$ כך $S_\alpha(\alpha) = S_\epsilon(\epsilon) S_\alpha(\alpha)$, אז נאמר

ל S_ϵ, S_α תואמות. אז $S = (S_\epsilon, S_\alpha)$ שומרת מבנים.

בפרט נקבל איזוי של המרחב $S_\epsilon^n: C^n(G, A) \rightarrow C^n(G', A')$

המתחיל עם d $\{ f: G \rightarrow A \} \rightarrow \{ S_\epsilon f: G \rightarrow G' \} \rightarrow \{ S_\alpha f: A \rightarrow A' \}$ $S_\epsilon = \{ f: G \rightarrow A \}$ -1 -1 -1

$S_\epsilon = A \xrightarrow{\inf} A'$ -1 -1 -1

נקבל גם איזוי של חבורת חילופיות $S_\epsilon^n: H^n(G, A) \rightarrow H^n(G', A')$

המתחיל עם d d סדרות מחזיקות בתבנית חילופי

$0 \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow 0$ $0 \rightarrow A' \rightarrow B' \rightarrow C' \rightarrow 0$ כך S_ϵ תואמת S_α $0 \rightarrow A' \rightarrow B' \rightarrow C' \rightarrow 0$

אם $G \triangleleft \Gamma$ אז $S_\epsilon(\Gamma) = S_\epsilon(\Gamma)$ והאיזוי S_ϵ מתחיל בסיס

$\inf, \text{res}, \text{cor}$ or

② כעת נקבל SEG . אם G -מחול A נקבל $G' = G$

1- $A' = A$ כי $S_A: \alpha \rightarrow s\alpha$ ו- $S_E: \sigma \rightarrow s\sigma s^{-1}$

אם f חסר תלות $S_A(\sigma \cdot \alpha) = s\sigma \alpha = (s\sigma s^{-1})(s\alpha) = S_E(\sigma)S_A(\alpha)$ כי

אילו $S_A: H^n(G, A) \rightarrow H^n(G, A)$ בהנחה שרשראות $(\dots, s_2 s_1^{-1}, s_1 s_0^{-1}, \dots)$

נבדוק כי S_A חסר תלות. נניח s הוא הפה. כל פ-פונקצור וכן

$S_0: H^0(G, A) = \frac{A^G}{N_G A} \xrightarrow{S^{-1}} \frac{A^G}{N_G A} = H^0(G, A)$ אבל

כי $s\alpha = \alpha$, $\alpha \in A^G$ אבל $\alpha \in N_G A \rightarrow s\alpha \in N_G A$

דוגמה - נחלק את A וקוואזי-פונקצור $f, g: A \rightarrow A$ חסרות זיקה

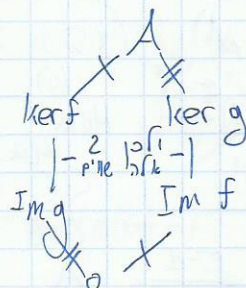
(1) $f, g: A \rightarrow A$ חסרות זיקה. $f \circ g = g \circ f = 0$ (נניח A הוא $\mathbb{Z}$ ו- f, g חסרות זיקה)

אם $f, g: A \rightarrow A$ חסרות זיקה, $f \circ g = g \circ f = 0$ (נניח A הוא $\mathbb{Z}$ ו- f, g חסרות זיקה)

בסיס, $f, g: A \rightarrow A$ חסרות זיקה

אם $f, g: A \rightarrow A$ חסרות זיקה, $f \circ g = g \circ f = 0$ (נניח A הוא $\mathbb{Z}$ ו- f, g חסרות זיקה)

כי $(\frac{Im f}{0}) = (\frac{A}{ker f})$ ובדיווח f, g



(2) סדרות חסרות זיקה $0 \rightarrow A \xrightarrow{\psi} B \xrightarrow{\varphi} C \rightarrow 0$

חלקיות של f, g חסרות זיקה (נניח f, g חסרות זיקה)

נניח f, g חסרות זיקה. $0 \rightarrow A \xrightarrow{\psi} B \xrightarrow{\varphi} C \rightarrow 0$

2, ולכן נקרא משפט

נחזיק:

$0 \rightarrow A \xrightarrow{\psi} B \xrightarrow{\varphi} C \rightarrow 0$

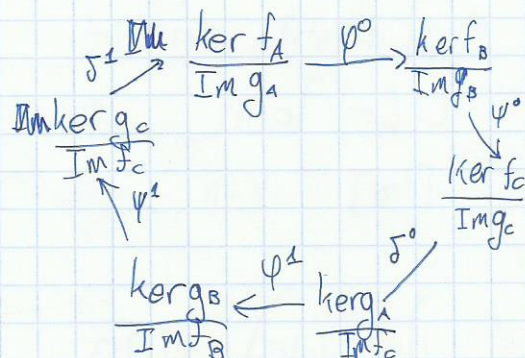
אם f, g חסרות זיקה, $f \circ g = g \circ f = 0$ (נניח f, g חסרות זיקה)

אם f, g חסרות זיקה, $f \circ g = g \circ f = 0$ (נניח f, g חסרות זיקה)

אם f, g חסרות זיקה, $f \circ g = g \circ f = 0$ (נניח f, g חסרות זיקה)

אם f, g חסרות זיקה, $f \circ g = g \circ f = 0$ (נניח f, g חסרות זיקה)

אם f, g חסרות זיקה, $f \circ g = g \circ f = 0$ (נניח f, g חסרות זיקה)



$$M \xrightarrow{g} N \xrightarrow{f} L$$

5717 תשפ"ז חנוכה שמערת מזקיקת

$$N = |\ker f| \cdot |\operatorname{Im} f| = |\operatorname{Im} f| \cdot |\operatorname{Im} g| \quad \text{mit } f \circ g = \operatorname{id}_N$$

5. ברוך ש מכירת הער"ץ בשולש

העדרים על כל התחנות ולכן שיהיה אפשר להעלים

במשולש  ונקרא את השוויון לאחר הצגת אס"פ.

חבורות ציקליות נקרא דברים שגורמים בחבורה היוצרת

מבנה G ציקלית מסדר m הנבחר σ של G

שקול את המרחב $\mathbb{R}^n$ עם המטריצה G ו- Γ

דבר 1500... $\mathbb{Z}[G] \xrightarrow{N_G} \mathbb{Z}[G] \xrightarrow{\sigma-1} \mathbb{Z}[G] \xrightarrow{N_G} \dots$

נתינת (בה קונסיליוס) וסאק

מס' 3 ק"מ ג-ס

$$\sigma^i - 1 = (\sigma - 1)(1 + \sigma + \dots + \sigma^{i-1}) \quad - \text{LHS of the eq}$$

$$\begin{array}{c} \text{Hom}_{\mathbb{Z}[G]}(-, A) \\ \xleftarrow{(N_G)^*} \text{Hom}_{\mathbb{Z}[G]}(\mathbb{Z}[G], A) \xleftarrow{(\sigma-1)^*} \text{Hom}_{\mathbb{Z}[G]}(\mathbb{Z}[G], A) \xleftarrow{N_G^*} \text{Hom}_{\mathbb{Z}[G]}(\mathbb{Z}[G], A) \xleftarrow{(\sigma-1)^*} \text{Hom}_{\mathbb{Z}[G]}(\mathbb{Z}[G], A) \xleftarrow{N_G^*} \dots \end{array}$$

$$\varphi \in \text{Hom}_{\mathbb{I}(\mathbb{G})}(\mathbb{I}(\mathbb{G}), A) \quad \text{p.k. p. (7) N-II} \quad \sqrt{\text{15'k}} \quad \text{p.7} \quad \approx - \rightarrow \text{70'0}$$

$$(N_G^*(\psi)(I) = \varphi(N_G(\psi(I)) \cap N(I) \cap \mathcal{P}) \quad ((\sigma-1)^* \varphi)(I) = \varphi((\sigma-1)(I)) = \varphi(\sigma(I)) = \varphi(\sigma-1) \varphi(I) \quad 5k$$

$$H^*(G, A) \cong \frac{\ker N_G}{I_G A} = \frac{N_G A}{I_G A} = H^*(G, A) \oplus H^{c15}(G, A) \cong \frac{\ker(\sigma-1)}{I_m N_G} \cong \frac{A^G}{N_G A} = H^0(G, A) \quad \square \quad p. 20$$

$\ln_{2/4}(A) = \ln(A) = \int_{0-\infty}^{\infty} N_G(A) = \frac{|H|}{|H|^{1/2} - 1/2}$ קבלת פרמטר הדבר

PK 9 NPL