

30.7.15

סיכום א' וקורס

6 pages

KL-Divergence:

$$I(A;B|C) = E_{b,c \sim p(B,C)} \left[D \left(\frac{p(A|B=b, C=c)}{p(A|C=c)} \right) \right]$$

הפרדת המידע

"כמה ביט, נצטרך לספק את המידע שיש ב-A, כדי לדעת את B בהינתן C"

הפרדת המידע
הפרדת המידע

Chain-Rule: אינפורמציה

הפרדת המידע

Equality

0 היות ש E_q — π מול π מול π

$$IC^{ext}(\pi) = I(\pi; x, y) = \Omega(n)$$

$$IC_{\mu, \varepsilon}^{ext}(E_q) = \inf_{\pi \in \Pi_{\varepsilon}(E_q)} IC_{\mu}^{ext}(\pi)$$

* שם המידע המול — יתרון של מול π מול π

$$IC_{\mu, 1/3}^{ext}(E_q) \leq O(\log n)$$

הפרדת המידע, אין קשר לפרדת המידע

$$IC_{\mu, 0}^{int}(E_q) = O(1)$$

הפרדת המידע — הפרדת המידע
הפרדת המידע

האם יש להוסיף עוד?

נראה אוקיי

II: נבחר $A = (a_1, \dots, a_m) \in \mathcal{X}^m$, $\mathcal{Y}^m$ - מהלך, $\mathcal{Z}^m$ - הכוונה

עבור $i=1, \dots, m$ - $x_i \in \mathcal{X}$ - $\langle x_i, a_i \rangle$ - האם a_i הוא x_i או לא?
 אם לא - נכתוב $x_i \neq y_i$
 אם כן - $x_i = y_i$

ניגוד: נבחר Q - סטורוס וקובץ Q - האם $x=y$?

$$I(x; \pi | \mathcal{Y}) \leq I(xQ; \pi | \mathcal{Y}) =$$

information processing

$$= I(x; \pi | Q, \mathcal{Y}) + I(Q; \pi | \mathcal{Y}) \leq H(Q) = 1$$

[$I(A; B) = H(A) - H(A|B) = H(B) - H(B|A)$ - חוסר אי-ודאות]

$$\leq 1 + P_r(Q=1) \cdot I(x; \pi | \mathcal{Y}) + P_r(Q=0) \cdot I(x; \pi | \mathcal{Y}) =$$

$$= 1 + P_r(Q=0) \cdot I(\pi; x | \mathcal{Y})$$

$$I(\pi; x | \mathcal{Y}) =$$

$$I(\pi; x | \mathcal{Y}, A) \leq H(\pi | \mathcal{Y}, A) \leq H(\pi | \mathcal{Y}, A)$$

האם יש להוסיף עוד?

האם יש להוסיף עוד? - $\langle y, A_i \rangle, (1 - \langle y, A_i \rangle)$ - האם A_i הוא y או לא?
 האם יש להוסיף עוד? - $\langle y, A_i \rangle, (1 - \langle y, A_i \rangle)$ - האם A_i הוא y או לא?
 info. processing - $\langle y, A_i \rangle, (1 - \langle y, A_i \rangle)$ - האם A_i הוא y או לא?

2

$$= E_{y \sim \mu(y|x \neq y)} \left[E_{a \sim A} \left[\sum_{j=1}^n \dot{E}_{j|y,a} \log \left(\frac{1}{P_j(j|y,a)} \right) \right] \right] =$$

ממוצע על פני y ו- a

$$\stackrel{\text{ממוצע על פני } y}{\leq} E_{y \sim \mu(y|x \neq y)} \left[\sum_{j=1}^n \underbrace{E_a (P_j(\sigma=j|Y=y, A=a))}_{\text{ממוצע על פני } a} \log \frac{1}{E_a (P_j(j|y,a))} \right] \stackrel{\text{ממוצע על פני } a}{\leq}$$

$$\leq E_y \left[\sum_{j=1}^n 2^{-j} \log \frac{1}{2^{-j}} \right] \leq E_y \left[\sum_{j=1}^n 2^{-j} \cdot j \right] \leq 2$$

מה זה אט?

אם $x=y$ אז σ הוא σ בלבד.

אם $x \neq y$ - אז σ הוא σ בלבד.
 אם $x=y$ - אז σ הוא σ בלבד.
 אם $x \neq y$ - אז σ הוא σ בלבד.
 אם $x=y$ - אז σ הוא σ בלבד.

הערות: $R(f) \neq N(f)$
 - $R(f)$ - ריבוי
 - $N(f)$ - נפח
 - $R(f)$ - ריבוי
 - $N(f)$ - נפח

$$Disj(x,y) = \prod_{i=1}^n (x_i \wedge y_i)$$

$$IC^{int}(Disj) = n \cdot IC^{int}(AND)$$

$$IC^{int}(AND) = \Omega(1)$$

אם $x=y$ אז $Disj(x,y) = 1$
 אם $x \neq y$ אז $Disj(x,y) = 0$

(3)

Disjointness

$$\hat{f} \geq 0$$

$$\hat{f} \geq 0$$

$$IC^{int}(Dis_j) = \Omega(n) \leftarrow (n) + (k)$$

Direct Sum

כל $k \geq 0$

ה f פונקציה, ונניח $T(f^n, \epsilon)$ המשתנה n של f

אם $0 < \epsilon \leq 1$, אז n מספיק גדול, אז

$$IC_{\mu^n}^{int}(T(f^n, \epsilon)) = n \cdot IC_{\mu, \epsilon}^{int}(f)$$

IC - מודל של n בקבוצה (X, μ) (המודל של int של n)

המודל: " $\leq$ " : במודל n של f יש n עותקים של f

נניח π המפה π של n בקבוצה (X, μ) (המודל של n)

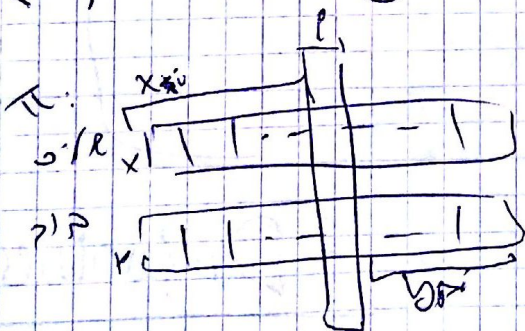
אז

$$IC_{\mu^n}(\pi^n) \leq n \cdot IC_{\mu}(\pi)$$

המודל של π^n הוא n עותקים של π . המודל של π^n הוא n עותקים של π .

$$IC_{\mu}(f) \leq \frac{1}{n} IC_{\mu^n}(T(f^n, \epsilon))$$

נניח π^n של $T(f^n, \epsilon)$. נניח π^n של $T(f^n, \epsilon)$.



המודל של π^n הוא n עותקים של π . המודל של π^n הוא n עותקים של π .

$$x_i \leftarrow u$$

$$y_i \leftarrow v$$

המודל של π^n הוא n עותקים של π . המודל של π^n הוא n עותקים של π .

המודל של π^n הוא n עותקים של π . המודל של π^n הוא n עותקים של π .

המודל של π^n הוא n עותקים של π . המודל של π^n הוא n עותקים של π .

(5)

הרצון כי שם יב מביא את המבחן - איש נזיר אלו יסמלו

א. $\bigoplus_{j=1}^n X_j$ של

$I(\pi; X|Y) = 1$

אם $I(\pi'; u|v) = 1 > 1/n$

~~הערה: נראה כי~~ $\{X_j\}_{j=1}^n$ ו- $\{Y_j\}_{j=1}^n$

π' : $\{X_j\}_{j=1}^n$ ו- $\{Y_j\}_{j=1}^n$ פורמלי, מובנה לא יאול

$X_i \leftarrow u$
 $Y_i \leftarrow v$

אם $\{Y_j\}_{j=1}^n$ בוב ביום מקבוצה פורמלי
 $\{X_k\}_{k=1}^n$ ביום ביום מקבוצה פורמלי

כך הנהגנו - $X, Y \sim \mu^n$

טענה:
 $I(\pi'; u|v) + I(\pi'; v|u) \leq \frac{1}{n} [I(\pi; X|Y) + I(\pi; Y|X)]$

נוכיח $I(\pi'; u|v) \leq \frac{1}{n} I(\pi; X|Y)$ והנהגנו כסמל:

מכאן:
 $I(\pi'; X_{1:n}, Y_{1:n}, \pi; X_i|Y_i) \leq \frac{1}{n} I(\pi; X|Y)$

כאן נראה כי יש להוסיף את π למבחן

הוכחה:
 $I(i, X_{1:n}, Y_{1:n}, \pi; X_i|Y_i) \leq I(i, X_{1:n}, Y_{1:n}, \pi; X_i|Y_i) =$
 $I(\pi; X_i|i, Y, X_{1:n}) + I(i, X_{1:n}, Y_{1:n}; X_i|Y_i) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} I(\pi; X_i|Y, X_{1:n}) =$

(5)

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{\mu}(\pi; x_i | Y, x_{ci}) =$$

$$= \frac{1}{n} I_{\mu}(\pi; X | Y)$$

Direct Sum — a union

ו בל נזהר — ~~הוא~~ μ μ μ . $Disj = \bigvee_i (x_i \wedge y_i) = \bigvee_i x_i \vee y_i$

$x_i \wedge y_i = 0$

$$IC_{\mu}^{int}(Disj) = n \cdot IC_{\mu \in \mathcal{E}}(AND) \quad \text{נסו } \mu \text{ נוס}$$

(Direct Sum נוס) הנה $\mathcal{E}$ —

worst case $\checkmark$ תוכלו —
?? size —

$$\bigvee_{i=1}^n (x_i \wedge y_i) = U \wedge V$$

הוא/היא $x_i \neq y_i$:

הוא AND — וכלל — μ μ μ : זהו

הוא AND הוא π μ : $\mathcal{E} \mathcal{E} \mathcal{E}$. μ : $\begin{array}{c|c|c} 0 & 1 & \\ \hline 0 & 1/3 & 1/3 \\ \hline 1 & 1/3 & 0 \end{array}$

$\rightarrow k, (L, R)$ $\rightarrow$ μ μ μ

$$I(\pi, X | Y) + I(\pi, Y | X) = \Omega(1)$$

$$\frac{2}{3} I(\pi; X) + \frac{1}{3} I(\pi; X) + \frac{2}{3} I(\pi; Y)$$

$\mu|_{y=0}$ $\mu|_{y=1} \rightarrow 0$ $\mu|_{x=0}$

$$\frac{2}{3} E_{\mu \in \mathcal{E}} \left[D \left(\frac{\mu(X | \pi = 0, Y = 0)}{\mu(X | Y = 0)} \right) \right] + E_t \left[D \left(\frac{\mu(Y | \pi = 0, X = 0)}{\mu(Y | X = 0)} \right) \right] =$$

6

