

11/11/21

Q. Let $R = \mathbb{Z}$ (1)

For $R = \mathbb{Z}$, (2)

2. $\sqrt{2}$ is not in $\mathbb{Z}$

Let $R = \mathbb{Z}$ and $x_1, \dots, x_n \in R$

Let $x_1, \dots, x_n \in R$

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i^{l_i}$$

Let

$$x_1^3 x_2 + x_1^2 x_3 x_4^3 - 5 x_1 x_2^2 x_3$$

$\{1, 2, \dots, n\}$ $\mathcal{P}$ - תחבורה S_n

$R[x_1, \dots, x_n]$ $\mathcal{P}$ - פולינום

התמורה: σ

f - פולינום

σ - תמורה

$$\sigma(f)(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_{\sigma(1)}, x_{\sigma(2)}, \dots, x_{\sigma(n)})$$

דוגמה:

התמורה:

$$\sigma = (1, 2)$$

פולינום

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$$

$$\sigma(f)(x_1, x_2, x_3, x_4) = f(x_2, x_1, x_3, x_4)$$

פולינום $f(x_1, \dots, x_n)$ - "קדם סימטרי" σ - תמורה

$$\sigma(f)(x_1, \dots, x_n) = f(x_1, \dots, x_n)$$

סימטריה: פולינום סימטרי

הפולינום

$$S_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

(1)

הפולינום

$$S_2 = \sum_{i < j} x_i x_j = x_1 x_2 + x_1 x_3 + \dots + x_{n-1} x_n$$

(2)

הפולינום

$$S_k = \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_k} x_{i_1} \dots x_{i_k}$$

(3)

פולינום סימטרי - סכום S_k , כל בקבוצה

σ - פולינום $f(x_1, \dots, x_n)$ - הומו פולינום סימטרי - הומו

המשפט היסודי של הפולינומים הסמליים

כל פולינום סמלי ב- $x_1, \dots, x_n$
 ניתן לכתוב כפולינום ב- $S_1, \dots, S_n$.

הוכחה:

נניח $m = x_1^{i_1} \dots x_n^{i_n}$
 נגדיר (הצורה) $d(m) = (i_1, i_2, \dots, i_n)$
 $d(m)$ - הדרגה של המונם m .
 - צור את הדרגים של המונמים של f .
 סדר עקסיקוזהרטי, למשל $1, 2, \dots$.
 נגדיר $d_1(m) = d(m)$ ו- $m_1 = m_2$.

(נגדיר): $d(f)$ זהו הדרגה של
 המונם המקסימלי המופיע ב- f .

כל המשפט היסודי נובע באופן ישיר מ- $d(f)$.

מקרה בסיסי: $f = c$ קבוע

$$d(c) = (0, \dots, 0)$$

אם f נגזר מ- $S_1, \dots, S_n$ אז
 פולינום ב- $S_1, \dots, S_n$.

מקרה אנדוקציה:

נניח פולינום סמלי $f = f(x_1, \dots, x_n)$.
 נניח $m = x_1^{i_1} \dots x_n^{i_n}$ המונם

הדרגה $d(f) = d(m)$: f בדרגה $d(f)$.

כיון $f = f(S_1, \dots, S_n)$ אז f מופיע ב- $S_1, \dots, S_n$.

$d(m)$: מופיע ב- f אז מופיע ב- $S_1, \dots, S_n$.

: MC

A

$$b = (1, 2)$$

162

$$\sigma(m) = x_1^{c_1} \cdot x_2^{c_2} \cdot x_3^{c_3} \cdot \dots \cdot x_n^{c_n}$$

$\mu - \nu$

167c

21/11/25

$$C_1 \cong C_2$$

121

7:01

m

6

 $(2, 3)$

1925

 $C_2 \neq 3$

5

קבל:

Good

$$C_1 \geq C_2 \geq \dots \geq C_n$$

$$g = S_1^{c_1 - c_2} \cdot S_2^{c_2 - c_3} \cdots S_{n-1}^{c_{n-1} - c_n} \cdot S_n^{c_n} \quad \text{B.O.}$$

$$= (x_1^{c_1 - c_2} + \dots) \cdot ((x_1 x_2)^{c_1 c_3} + \dots) \cdot \dots \cdot ((x_1 \dots x_{n-1})^{c_1 \dots c_{n-1}}) \cdot (x_1 \dots x_n)^{c_1 \dots c_n}$$

מחזורי חורף
מחזורי קיץ

2012/10/11

$$= x_1^{C_1 - C_2} \cdot (x_1 x_2)^{C_2 - C_3} \cdots (x_1 x_2 \cdots x_{n-1})^{C_{n-1} - C_n} \cdot (x_1 \cdots x_n)^{C_n}$$

המשך
למכתב
ליו

$$= x_1^{c_1} x_2^{c_2} \dots x_n^{c_n} + \dots \Rightarrow d(g) = d(f)$$

f מייחסת $a \in \mathbb{R}$ מספרים טבעיים m ו- n כך

$$d(f - a \cdot g) \leq d(f) \quad \text{'SK}$$

המשפט f-a.g, $\mathbb{R}^n$ - $\mathbb{R}$ פונקציה, $S_1, \dots, S_n$ - $\mathbb{R}$ - $\mathbb{R}$ פונקציות, p_1 - נקודה ב- $\mathbb{R}^n$.

an

10/11/2019

f 11

הפונקציה

הפולינום

$$f = (x - x_1)(x - x_2) \cdots (x - x_n)$$

המקורות $x_1, \dots, x_n$

$$f = x^n - S_1 x^{n-1} + S_2 x^{n-2} - \dots + (-1)^{n-1} S_{n-1} x + (-1)^n S_n$$

הסימטריה

$$P_0 = n$$

$$P_j = x_1^j + x_2^j + \dots + x_n^j$$

הסימטריה

$$P_1 = S_1$$

$$P_2 = ?$$

$$S_1^2 = (x_1 + \dots + x_n)^2 = \sum_{i,j} x_i x_j = P_2 + 2S_2$$

$$\Rightarrow P_2 = S_1^2 - 2S_2$$

הפונקציה

הפולינום

$$D = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_i - x_j)^2$$

A

הפונקציה

$$V = \det \begin{pmatrix} 1 & x_1 & \dots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & \dots & x_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & \dots & x_n^{n-1} \end{pmatrix} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \prod_{i < j} (x_i - x_j)$$

$$D = V^2 = (\det(A))^2 = \det(A \cdot A^T) = \det \begin{pmatrix} P_0 & P_1 & P_2 & \dots & P_{n-1} \\ P_1 & P_2 & P_3 & \dots & P_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n-1} & P_n & P_{n+1} & \dots & P_{2n-2} \end{pmatrix}$$

הפונקציה