

10/03/2012

הרצאה

0302

הוכחה:

R היא רשתית

$a \in R$ ו- $b \in R$ אז $a+b \in R$

$a|b \iff b=ac$

אם $a|b$ ו- $b|c$ אז $a|c$

אם $a|b$ ו- $b|a$ אז $a=b$
 אם $a|b$ ו- $b|c$ אז $a|c$
 אם $a|b$ ו- $b|a$ אז $a=b$

הוכחה:

$$(R[x])^* = R^*$$

אם $a \in R$

אז $a \in R^*$

אם $a \in R^*$ אז $a \in R$

$$f(a) \cdot g(a) = 1$$

אם $a \in R^*$ אז $a \in R$

$$0 = 1 \cdot g$$

$$g(a) = b, f(a) = a$$

$$f(a) = a \in R^*, g(a) = b \in R^*$$

הוכחה:

R היא רשתית

אם $a \in R$ ו- $b \in R$ אז $a+b \in R$

אם $a \in R$ ו- $b \in R$ אז $a \cdot b \in R$

אם $a \in R$ ו- $b \in R$ אז $a \cdot b \in R$

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i, \quad a_i \in R, \quad x \in R$$

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i, \quad a_i \in R, \quad x \in R$$

or

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i, \quad a_i \in R, \quad x \in R$$

or

or

or

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i, \quad a_i \in R, \quad x \in R$$

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i, \quad a_i \in R, \quad x \in R$$

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i, \quad a_i \in R, \quad x \in R$$

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i, \quad a_i \in R, \quad x \in R$$

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i, \quad a_i \in R, \quad x \in R$$

or

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i, \quad a_i \in R, \quad x \in R$$

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i, \quad a_i \in R, \quad x \in R$$

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i, \quad a_i \in R, \quad x \in R$$

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i, \quad a_i \in R, \quad x \in R$$

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i, \quad a_i \in R, \quad x \in R$$

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i, \quad a_i \in R, \quad x \in R$$

or

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i, \quad a_i \in R, \quad x \in R$$

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i, \quad a_i \in R, \quad x \in R$$

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i \left(\frac{b_i}{b_0} \right) x^i \in R[x]$$

$$b(x) = \sum a_i \left(\frac{b}{a}\right)^i x^i \in R[x] \quad \text{קטגוריה:}$$

הוכחה: נניח $a \in R$ ו- $b \in R$ ו- $a \neq 0$. נגדיר $f(x) = \frac{a}{b} \varphi(x)$.
 נראה כי $f(x)$ הוא פולינום ב- $R[x]$.
 נכתוב $f(x) = \frac{a}{b} \varphi(x)$.

לפי

נניח כי $f(x)$ הוא פולינום ב- $R[x]$.
 נניח כי $f(x) = \frac{a}{b} \varphi(x)$.
 נכתוב $f(x) = \frac{a}{b} \varphi(x)$.

הוכחה:

אם $f(x)$ הוא פולינום ב- $R[x]$, אז $f(x) = \frac{a}{b} \varphi(x)$.
 נכתוב $f(x) = \frac{a}{b} \varphi(x)$.

נניח כי $f(x)$ הוא פולינום ב- $R[x]$.
 נכתוב $f(x) = \frac{a}{b} \varphi(x)$.

נניח כי $f(x) = \frac{a}{b} \varphi(x)$.

נכתוב $f(x) = \frac{a}{b} \varphi(x)$.

אם $f(x)$ הוא פולינום ב- $R[x]$, אז $f(x) = \frac{a}{b} \varphi(x)$.

נכתוב $f(x) = \frac{a}{b} \varphi(x)$.

נכתוב $f(x) = \frac{a}{b} \varphi(x)$.

נכתוב $f(x) = \frac{a}{b} \varphi(x)$.

לפי

משפט:

אם $P(x) \neq 0$, אז הפירוק הוא $R[x]$
 ניתן לכתוב כמכפלה אחרים
 א- פריקים $(R$ יחיד פריק חזרה)

הוכחה: (פרק ב' $Q[x]$
 $P(x) = P_1(x) \cdot \dots \cdot P_r(x)$

מכפלה א-פריקים חזרה המכונה $Q[x]$
 בעזרת הלמה הקודמת, נראה

$$P_i(x) = \frac{a_i}{b_i} q_i(x) \quad , \quad a_i, b_i \in R, b_i \neq 0$$

יצינו כי $q_i(x)$ א-פריקים גם ב' $R[x]$ ו- $R[x]$ כי $R[x]$
 (סמן: $a = a_1 \cdot \dots \cdot a_r$, $b = b_1 \cdot \dots \cdot b_r$)
 קיבלנו:

$$P(x) = a \cdot q_1(x) \cdot \dots \cdot q_r(x)$$

נסיק כי a חזרתי ונניח a אולי נניח
 חזרתי a אולי שטאט

ברור כי b חזרתי ונניח שטאט a כי
 נקדמו אולי שטאט, ונניח b חזרתי
 נניח a חזרתי ונניח שטאט, ונניח b חזרתי
 נניח a חזרתי (כחלק $a = b \cdot c$, $c \in R$)
 ונקבל

$$P(x) = a \cdot q_1(x) \cdot \dots \cdot q_r(x) = b \cdot c \cdot q_1(x) \cdot \dots \cdot q_r(x)$$

(פרק א' c חזרתי א-פריקים, ונקבל)

"כל f במכפלה א-פריקים
 (ברור כי a חזרתי R חזרתי א-פריקים $R[x]$)

משפט

הסקנות וההוכחות:

יהי $f(x) \in R[x]$ מונום חזקה n .
 נניח כי $f(x)$ אי-פריק ב- $R[x]$.
 אז $f(x)$ אי-פריק ב- $Q[x]$.

(~~הוכחה~~ 5×10 ערך כ- $\mathbb{Z}$ מ- Q (כ-5 ערך ב- Q)).

הוכחה נכונה:

נבדוק אם $f(x)$ מתפרק ב- $\mathbb{Z}$ או ב- Q .
 אי-פריק ב- $Q[x]$.

יהי $f(x)$ מונום.

נניח $f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_0$ כאשר $a_i \in \mathbb{Z}$.
 נניח $f(x)$ אי-פריק ב- $Q[x]$.
 אז $f(x)$ אי-פריק ב- $\mathbb{Z}[x]$.
 (לפי גאוס).

הוכחה נכונה: נניח $f(x)$ מתפרק ב- $\mathbb{Z}$.

נניח כי $f(x) = g(x)h(x)$ כאשר $g(x), h(x) \in \mathbb{Z}[x]$ ו- $\deg g, \deg h < n$.
 אז $f(x) = g(x)h(x)$ ב- $\mathbb{Z}[x]$.

$e \in R$ אי-פריק, $f(x) \in R[x]$ מונום חזקה n ב- R .

ברור כי $f(x)$ מתפרק ב- $R[x]$ מונום חזקה n .
 חזקת n של e היא e^n .
 אז $f(x) = e^n$ ב- $R[x]$.
 אז $f(x) = e^n$ ב- $R[x]$.

(סדר n של e הוא e^n).

אם $f(x) = e^n$ אז $e^n = f(x)$ ב- $R[x]$.

אז $f(x) = e^n$ ב- $R[x]$.

כלומר $f(x) = e^n$ ב- $R[x]$.

(730) QED Γ_N α
 , Q Γ_N Γ_{DOD} Γ_{DOD}
 QED Γ_{DOD} Γ_{DOD} Γ_{DOD} Γ_{DOD} Γ_{DOD} Γ_{DOD}
 QED Γ_{DOD} Γ_{DOD} Γ_{DOD} Γ_{DOD} Γ_{DOD} Γ_{DOD}
 $q_i(x) = \frac{\alpha_i}{\beta_i} g_i(x)$ $\alpha, \beta \in R$

$$\beta_i q_i(x) = \alpha_i g_i(x)$$

Γ_N Γ_{DOD} Γ_{DOD} Γ_{DOD} Γ_{DOD} Γ_{DOD}
 Γ_{DOD} Γ_{DOD} Γ_{DOD} Γ_{DOD} Γ_{DOD} Γ_{DOD}

R Γ_{DOD} Γ_{DOD} Γ_{DOD} Γ_{DOD} Γ_{DOD} Γ_{DOD}
 $u_i \in R^*$ $\alpha_i = u_i \beta_i$ Γ_{DOD}
 $R(x)$ Γ_{DOD} Γ_{DOD} $q_i(x) = u_i g_i(x)$ Γ_{DOD}