

$$V = V_1 \oplus V_2$$

piggenlyk T

১০০ T/V₂

$$M^u = M^{u+1} = \dots$$

$$N^m = N^{m+1} = \dots$$

$$V_1 = 14^m$$

$$V_2 \stackrel{?}{=} IN^m$$

$$V_1 \subset \ker T^p \quad \leftarrow (T/V_1)^p = 0$$

$$V_1 \subset M^u = \ker T^u$$

$$Z = \underbrace{X_1}_{V_1} + \underbrace{X_2}_{V_2}$$

$$\theta = T^m z = \underbrace{TX_1}_{\substack{m \\ V_1}} + \underbrace{TX_2}_{\substack{m \\ V_2}}$$

$$\begin{cases} T^m x_1 = \Theta \\ T^m x_2 = \Theta \end{cases} \quad , \text{ for}$$

-ל סק: $X_2 = \theta$, לפי ההנחה $T|V_2: V_2 \rightarrow V_2$

$$V = \ker T^m \leftarrow \ker T^m \subset V_1, \text{ pr. } z = x_i \in V_1$$

$$V_2 = \text{Im}(T|_{V_2})^m \subset \text{Im } T^m = N^m$$

$\frac{m}{M} T_2$

$$V_2 \subset N^m$$

$$\dim V_2 = \dim V - \dim V_1 = \dim V - \dim M^n = \dim N^n$$

$V_2 = N \downarrow$

סקירה כללית לסגנון סיסטמטי Jordan

י.1 הפונקציה המיוחסת P_T , $T: V \rightarrow V$, $\lambda_0 \in \text{spec } T$,

$$0 \in \text{spec } S, \quad S = T - \lambda_0 \text{Id} \quad (1)$$

$$P_S(\lambda) = \det(S - \lambda \text{Id}) = \det(I - \lambda_0 \text{Id} - \lambda \text{Id}) = P_T(\lambda + \lambda_0)$$

י.2 הפונקציה המיוחסת P_S , ו

$$S = S_1 \oplus S_2 \quad (2)$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 'סגנון' 'סגנון'

$$S_1: V_1 \rightarrow V_1, \quad \dim V_1 > 0$$

$$S_2: V_2 \rightarrow V_2, \quad \dim V_2 < \dim V$$

$$P_S(\lambda) = P_{S_1}(\lambda) \cdot P_{S_2}(\lambda) \quad (3)$$

V_1 בסיס $e_1, \dots, e_k$,

V_2 בסיס $e_{k+1}, \dots, e_n$

Sei $e_i \in V_1$
 $1 \leq i \leq k$

V בסיס $e_1, \dots, e_k, e_{k+1}, \dots, e_n$, $1 \leq k$

$$[S] = \begin{pmatrix} [S_1] & 0 \\ 0 & [S_2] \end{pmatrix}$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 k $n-k$

$$P_S(\lambda) = \begin{vmatrix} [S_1] - \lambda I_k & 0 \\ 0 & [S_2] - \lambda I_{n-k} \end{vmatrix} =$$

$$= |[S_1] - \lambda I_k| \cdot |[S_2] - \lambda I_{n-k}| = P_{S_1}(\lambda) \cdot P_{S_2}(\lambda)$$

$$P_S(\lambda) = P_{S_1}(\lambda) \cdot P_{S_2}(\lambda)$$

כל P_{S_1} , כל $1 \leq k$, הפונקציה המיוחסת P_S , $k \neq$

הפונקציה המיוחסת P_{S_2} ,

(4)

נתון $T: V \rightarrow V$ קומוטטור עם S .
 S Jordan form, $0 \in \text{eigenvalues}$.

$$V = V_1 \oplus V_2$$

בסיס B

$$[S] = \left(\begin{array}{c|c} [S_1] & 0 \\ \hline 0 & [S_2] \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c|c} J_{k_1}(0) & 0 \\ \hline 0 & J_{k_2}(0) \end{array} \right)$$

$$[T] = [S] + \lambda_0 I_n = \left(\begin{array}{c|c} J_{k_1}(\lambda_0) & 0 \\ \hline 0 & J_{k_2}(\lambda_0) \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c|c} J_{k_{SH}}(\lambda_1) & 0 \\ \hline 0 & J_{k_{Stt}}(\lambda_t) \end{array} \right)$$

$T^P = 0$. $T: V \rightarrow V$ קומוטטור עם S .
 $N^P = \{0\}$, $M^P = V$

אם $T^P = 0$, $M^P = V$, P כלשהו ,
 T קומוטטור עם S .

$\text{spec } T = \{0\}$, S קומוטטור עם T .
 $\mu \in \text{spec } T$: ערך עצמי

-e קב $V \neq \emptyset$ $\mu \in \text{spec } T$ (הוכחה:)

$$Tv = \mu \cdot v$$

$$\emptyset = T^p v = \mu^p v \rightarrow \mu^p = 0 \rightarrow \mu = 0$$

$\emptyset \neq v \in V$ $\Rightarrow T^p = 0$, $0 \in \text{spec } T$ (הוכחה:)

$$\emptyset \neq v \xrightarrow{T} Tv \xrightarrow{T} T^2v \dots T^p v = \emptyset$$

$$\emptyset \neq w \quad \begin{cases} T^i v = \emptyset \\ T^{i+1} v = \emptyset \end{cases} \quad \text{עקב } w \text{ אינו } 0$$

$$\ker T \ni \emptyset \neq w \rightarrow 0 \in \text{spec } T \quad Tw = \emptyset$$

לפי זה, $\mu \in \text{spec } T$ (הוכחה:) $\Rightarrow \mu = 0$ (הוכחה:) $\Rightarrow \mu = 0$ (הוכחה:) $\Rightarrow \mu = 0$ (הוכחה:)

$$[T] = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \lambda_s \end{pmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \lambda_s \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad \text{spec } T = \{\lambda_1, \dots, \lambda_s\}$$

$\downarrow$
 $\forall i \quad \lambda_i = 0$
 $\in \mathbb{C}$

$$[T] = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ & \ddots & \ddots \\ 0 & & 0 \end{pmatrix} \quad e_n \xrightarrow{T} e_{n-1} \xrightarrow{T} e_{n-2} \xrightarrow{T} \dots$$

$\xrightarrow{T} e_1 \xrightarrow{T} \emptyset$

$$T^n e_i = \emptyset \quad \forall i$$

$$[T] = \begin{pmatrix} \overline{f_{k_1}(0)} & 0 \\ 0 & \overline{f_{k_s}(0)} \end{pmatrix} \quad [T^N] = [T]^N = \begin{pmatrix} \overline{f_{k_1}(0)}^N & 0 \\ 0 & \overline{f_{k_s}(0)}^N \end{pmatrix} = 0$$

$$N = \max\{k_1, \dots, k_s\}$$

$$\downarrow$$

$$T^N = 0$$

$$\downarrow$$

$$\text{לפי זה } T$$

משפט - צורה צורנית (אם היא קיימת) של כל נורמליזציה

היא יחידה אם כל כבי המורה של האי צורנית.

(הוכחה - נסמן M_d את -

$$[T] = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

מספי האי צורנית במקרה d .
 בל: של d , M_d לא אי
 כהתורה מסים צורנית.

אם $x \in V$, נקודת שהמורה של x שווה ל-0 אז $T^i x = 0$

אם $T^{-i} x = 0$