

תרגו 4 מיוחדות 2

הצגה: (הצגת מטריצה הסגורה)

תהי $A \in M_n(F)$ של פולינום $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \in F[x]$ (צירי :

$$M_n(F) \ni f(A) = a_0I + a_1A + \dots + a_nA^n$$

$$(f+g)(A) = f(A) + g(A) \quad \otimes : \text{ההטלה } f \mapsto f(A)$$

$$(fg)(A) = f(A) \cdot g(A) \quad \otimes$$

$$1(A) = I \quad \otimes$$

$$(\alpha f)(A) = \alpha \cdot f(A) \quad \alpha \in F \text{ של } \otimes$$

תרגו: הסאו של f, g זרים $A \in M_n(F)$! מתימט כ $g(A) = 0$

אז $f(A)$ מט הפיכה וניתן להס. אז $f(A)^{-1}$ הפולינום A -

כזומר ניתן לבחור $f(A)^{-1} = h(A)$ כז h אצלנו פולינום .

פחמנו:

f, g זרים וכן הימים $a, b \in F[x]$ של $af + bg = 1$

(ז.כ. את A בנ. האדם (נפס) את ההצחה הנ"ל) וקב:

$$a(A) \cdot f(A) = a(A) \cdot f(A) + b(A) \cdot g(A) = (af + bg)(A) = 1(A) = I$$

$f(A)$ הפיכה (ההפוכית שלה: $f(A)^{-1} = a(A)$ כנ"ל) !

תרגו: נציר $A \in M_n(\mathbb{C})$ חשבו את $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ ¹⁹⁹⁹

פתרון: נציר $f(x) = x^{1999}$ אז חזים להטבה $f(A)$ ¹⁹⁹⁹

אם הינו יזם פולינום g כך של $g(A) = 0$ אז ממש חוקה עם שארית

הינו כזם מנמ r, q כך של $f = qg + r$ אז $f(A) = q(A)g(A) + r(A)$

! $\deg r < \deg g$

$$\textcircled{1}. g(A) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^2 = 0 \text{ אז } g = (x+2)^2$$

נחלק את f ב- g עם שארית r

זים שתימים r, q כך של $f = qg + r$ $\deg r < 2$ $r = ax + b$

נחלק את $a - 1$ b (ז.כ. -2 את -2) $f(-2) = q(-2)g(-2) + r(-2) = -2a + b$

נבחר שזיר ל $\otimes$ ורקבו: (ז.כ. -2 ורקבו)

$$1999(-2) = \frac{1999x^{1999}}{x^2} = q'g + r' + r$$



ר(A) נוסח את r של נוסח ריק

$$a = (1999(-2))^{1998} \\ b = (-2)^{1999} - 1999(-2)^{1998}$$