

מערכת היחסים

היה $\psi: V \rightarrow V$ ו- $\lambda \in \text{Spec } \psi$ אזי $M_\lambda = \text{Ker } \psi_\lambda$ ו- $\psi_\lambda = \psi - \lambda \text{Id}$

$$\hat{M}_\lambda := M_\lambda^k \quad \psi \in \mathfrak{g} = M_\lambda^0 \oplus M_\lambda^1 \oplus M_\lambda^2 \oplus \dots \oplus M_\lambda^k = M_\lambda^{k+m} = \dots$$

הערכה הסכימה $\sum_{\lambda \in \text{Spec } \psi} \hat{M}_\lambda$ היא ישיר.

הבסיס: $\text{Spec } \psi = \{\lambda_1, \dots, \lambda_s\}$ יהיו $\chi_i \in \hat{M}_{\lambda_i}$, $i=1, \dots, s$.

$$\chi_1 = \dots = \chi_s = 0 \quad \text{כל } \chi_1 + \dots + \chi_s = 0$$

נניח שהאינדוקציה על s : $s=1$ ברור.

$s \leftarrow s-1$: נשים לב שאם נכחן $\hat{M}_{\lambda_s} = M_{\lambda_s}^{k_s}$ אזי $\psi_{\lambda_s}^{k_s} | \hat{M}_{\lambda_s} = 0$

$$\psi_{\lambda_j} | \hat{M}_{\lambda_j} \rightarrow \hat{M}_{\lambda_j} \quad \psi_{\lambda_j} | \hat{M}_{\lambda_j} \rightarrow \hat{M}_{\lambda_j} \quad j < s$$

$$\psi_{\lambda_j} | \hat{M}_{\lambda_j} \rightarrow \hat{M}_{\lambda_j} \quad \psi_{\lambda_j} | \hat{M}_{\lambda_j} \rightarrow \hat{M}_{\lambda_j} \quad j < s$$

$$\psi_{\lambda_s} = \psi - \lambda_s \text{Id} = \psi - \lambda_j \text{Id} + (\lambda_j - \lambda_s) \text{Id} = \psi_{\lambda_j} + (\lambda_j - \lambda_s) \text{Id}$$

$$\text{Spec } \psi_{\lambda_s} = \{0 + (\lambda_j - \lambda_s)\} = \{\lambda_j - \lambda_s\}$$

$$\psi_{\lambda_s} | \hat{M}_{\lambda_s} \rightarrow \hat{M}_{\lambda_s} \iff 0 \notin \text{Spec } \psi_{\lambda_s} | \hat{M}_{\lambda_s}$$

$$\psi_{\lambda_s}^{k_s} \quad \chi_1 + \dots + \chi_{s-1} + \chi_s = 0 \quad (\text{סכום על } \psi_{\lambda_s})$$

$$\psi_{\lambda_s}^{k_s}(\chi_1) + \dots + \psi_{\lambda_s}^{k_s}(\chi_{s-1}) + \psi_{\lambda_s}^{k_s}(\chi_s) = 0$$

$$\iff \psi_{\lambda_s}^{k_s}(\chi_1) + \dots + \psi_{\lambda_s}^{k_s}(\chi_{s-1}) = 0$$

$$\psi_{\lambda_s}^{k_s}(\chi_1) = \dots = \psi_{\lambda_s}^{k_s}(\chi_{s-1}) = 0$$

הכיוון שכל $\psi_{\lambda_s}^{k_s}(\chi_j) = 0$ $j < s$ משמע $\psi_{\lambda_j} | \hat{M}_{\lambda_j} = 0$ הפיכה, $\psi_{\lambda_j} | \hat{M}_{\lambda_j}$ הפיכה.

$$\square \quad 0 = \chi_s \iff \chi_1 + \dots + \chi_{s-1} + \chi_s = 0 \iff \chi_j = 0 \quad 1 \leq j \leq s-1$$

סעיף: יהי $\psi: V \rightarrow V$ ו- $\psi \in \mathfrak{g}$ מתפרק למרכיבים $\psi = \psi_1 + \dots + \psi_s$ אזי: $\bigoplus_{\lambda \in \text{Spec } \psi} \hat{M}_\lambda = V$

$$[\psi] = \begin{bmatrix} \begin{matrix} \psi_1 & 0 \\ 0 & \psi_2 \end{matrix} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

הערכה ידועה של ψ היא $\psi_1, \dots, \psi_s$ כי הם זוגות.

$E_1, \dots, E_s$ - בסיס זוגות עבור ψ .

$\text{Span}(E_i) = \psi$ - אנון. 'יתרה' לזאת: $\psi |_{\text{Span}(E_i)}$ - המערכת

שהם בסיס E_1 היא קבוצה של וקטורים של ψ .

כעת $\psi |_{\text{Span}(E_i)} \in \text{Ker}(\psi_{\lambda_i}^{k_i}) \subset \hat{M}_{\lambda_i}$ נניח, $\psi_{\lambda_i} |_{\text{Span}(E_i)}$

$$\dim V = \sum_{i=1}^s \dim \text{Span}(E_i) \leq \sum_{i=1}^s \dim \hat{M}_{\lambda_i} \leq \dim V \Rightarrow \dim V = \sum_{i=1}^s \dim \hat{M}_{\lambda_i} \Rightarrow V = \bigoplus_{i=1}^s \hat{M}_{\lambda_i}$$

כל $\sum \hat{M}_{\lambda_i}$ ישיר

כל $\hat{M}_{\lambda_i} = \text{Span}(E_i)$ (זוגי)

בוכחת יחידות של צורת צ'ורן עם כלי תמורת תא. פ:

נסבר סטס צ'ורן כמו בהוכחה הקודמת. $\text{Span } E_i = \hat{M}_{\lambda_i}$

נניח שיש צ'ורן של תא. צ'ורן עם גל באזכרון לא תא. צ'ורן סטס צ'ורן.

כל סטס צ'ורן ישנו מרכז רש שלטנו, $\text{Span } E_i = \hat{M}_{\lambda_i}$. מכאן נרמקון

בצמצום $\psi|_{\hat{M}_{\lambda_i}}$

צ'ורן של גל צ'ורן של $\psi|_{\hat{M}_{\lambda_i}}$ עם גל באזכרון שווים צ'ורן של גל

צ'ורן של $\psi|_{\hat{M}_{\lambda_i}}$ עם ס באזכרון.

$\psi|_{\hat{M}_{\lambda_i}}$ נוצר והוכחנו 'חידות של צורת צ'ורן וס' (נ'פ), לכן מקבל יחידות

של צורת צ'ורן של $\psi|_{\hat{M}_{\lambda_i}}$ $\square$

$V = \bigoplus_{\lambda \in \text{Spec } V} \hat{M}_{\lambda}$ $\leftarrow$ מתפסק לצורמים מבודדים. $\psi: V \rightarrow V$, P_{ψ}

① {פונקטור של P_{ψ} $\text{Spec } \psi = \{ \}$

② יהי $\lambda \in \text{Spec } \psi$, $M_{\lambda}^i = \text{Ker } \psi_{\lambda}^i$, $\psi_{\lambda} = \psi - \lambda \text{Id}$

$\text{Ker } \psi_{\lambda} \neq \text{Ker } \psi_{\lambda}^2 \subset \dots \subset \text{Ker } \psi_{\lambda}^i = \text{Ker } \psi_{\lambda}^{i+1} = \dots = M_{\lambda}^i$

$k \leq \dim \text{Ker } \psi_{\lambda}^k \leq \dim V$

עבור $k \leq j$: $k \leq \dim \text{Ker } \psi_{\lambda}^k \leq \dim \text{Ker } \psi_{\lambda}^j$

③ $V = \bigoplus_{\lambda \in \text{Spec } \psi} \hat{M}_{\lambda}$, $\psi_{\lambda}|_{\hat{M}_{\lambda}}: \hat{M}_{\lambda} \rightarrow \hat{M}_{\lambda}$ (נ'פ).

בונים כביס צ'ורן $\psi_{\lambda}|_{\hat{M}_{\lambda}}$. $[\psi|_{\hat{M}_{\lambda}}] = [\psi_{\lambda}|_{\hat{M}_{\lambda}}] + \lambda \text{Id}$

$p(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n$

Cayley-Hamilton : יהי $p(t) \in F[t]$

תהי $A \in M_{n \times n}(F)$, $P_A(\lambda) = |\lambda \text{Id} - A|$, $P_A(A) = 0_{n \times n}$ כל

המשפט כן תמיד! נוכיח מתחיל / מסל שבה סזור אלצקרת.

① $(p+q)(A) = p(A) + q(A)$ נ'פ:

② $(\lambda p)(A) = \lambda p(A)$

③ $(qp)(A) = q(A) \cdot p(A)$