

40

תצבורת: אנו רוצים שהור"ח את המעט:

לא טרנספורמציה פיזיקלית נוצר קיים במס צ'ורן כאשר לא תו צ'ורן יש
אלפים מאסון.

תוכנית: $\exists 1 \text{ מוד } \chi \in M^j \cup M^{j-1} \text{ ש } i < j \text{ ו } \chi \in M^{j-1}$

$$\psi(L) \cap M^{j-2} = \{\emptyset\} \quad \textcircled{2} \quad \psi(L) \subset M^{j-1} \quad \textcircled{3} \quad \text{If } M^j = M^{j-1} \oplus L \quad n \cdot u = 2 \cdot n \cdot u$$

פונקציה $\varphi|_L: L \rightarrow \varphi(L)$ (3)

משנה 3: $N, L \in M$ ת"מ ו' נאמר p של $\{ \theta \in N \mid L \models \theta \}$. כאז'ק"פ. ת"מ ו' נאמר L'

$$N \oplus L' = M \quad \textcircled{2} \quad L \subset L' \quad \textcircled{1} \quad - \textcircled{2}, \textcircled{1}$$

$\varphi^{k-1} \neq 0$, $\varphi^k = 0$. $n = \dim V$. נניח $\varphi: V \rightarrow V$ קנטרל

$$. (\exists y \in V, \psi^{k-1}(y) \neq 0 \quad \text{w/c} \quad \forall x \in V: \psi^k(x) = 0)$$

• $\forall \epsilon > 0 \exists \delta, \varphi(y), \varphi^2(y), \dots, \varphi^{k-1}(y) : \eta(y) \cdot \varphi^{k-1}(y) + 0 - 0 \quad \forall y \in \eta(y)$

$$: \psi^{n-1} \text{ (s.d.)} \quad \pi_1 \psi + \pi_2 \psi(y) + \dots + \pi_n \psi^{n-1}(y) = 0 \quad (n.1)$$
$$\lambda_1 = \Theta \iff \underbrace{\lambda_1 \psi^{k-1}(y)}_{\Theta^+} = \Theta$$
$$\lambda_2 = 0 \quad \text{b) 1)} \quad \psi^{n-2}(\partial\Omega) \quad \lambda_2 \psi(y) + \dots + \lambda_n \psi^{n-1}(y) = 0$$
$$\lambda_1 \dots \lambda_n = \Theta$$

וכיח שהם צה $\varphi^{(1)}(y), \dots, \varphi^2(y), \varphi(y), y$ הם בסיס

$$0 \leftarrow e_1 \leftarrow \dots \leftarrow e_{n-1} \leftarrow e_n$$
$$\psi(l_1) = \emptyset, \psi(l_2) = l_1, \psi(l_3) = l_2 \dots \psi(l_n) = l_{n-1}$$

$$\begin{bmatrix} \circ^1 & & & \\ \circ^1 & \circ^1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \dots & & \circ^1 \end{bmatrix}_{n \times n}$$

תהי $\varphi: V \rightarrow V$ ש"ס $\varphi^n = 0$ $\forall k, n = \dim V$.

$$\{\theta\} = M^0 \subset M^1 \subset M^2 \subset \dots \subset M^k = M^{k+1} = V \quad : \text{הכלה}$$
$$\dim M_1 \geq 1$$
$$\dim M_2 \geq 2$$

3

$$n = \dim M_k \geq k.$$
$$\varphi^k = 0 \iff \varphi^k = 0 \quad V = M^k = \text{Ker } \varphi^k, \quad k \leq n$$

⇒

הוכחה למשפט:

$$\{0\} = M^0 \subsetneq M^1 \subsetneq \dots \subsetneq M^p = M^{p+1} = \dots = V$$

$$\tilde{M}^p - \delta \{e_j^p\} \quad (n\text{-th step}) \quad M^p = M^{p-1} \oplus \tilde{M}^p$$

$$\psi|_{\tilde{M}^p}: \tilde{M}^p \rightarrow \psi(\tilde{M}^p) \subset M^{p-1} \quad (1) \quad \text{if } \dim \tilde{M}^p \geq 2$$

$$\psi(\tilde{M}^p) \cap M^{p-2} = \{0\} \quad \text{if } \dim \tilde{M}^p \geq 2:$$

$$\text{if } \dim \tilde{M}^p = 3 \text{ then } \tilde{M}^{p-1} \subset M^{p-1} \text{ is } p\text{-dim} \quad M^{p-1} = M^{p-2} \oplus \tilde{M}^{p-1} \quad \text{if } \psi(\tilde{M}^p) \subset \tilde{M}^{p-1}$$

מתקיים: $\psi(\tilde{M}^p) \subset \tilde{M}^{p-1}$ ותמונת הקבוצה החדשה (היא איזומורפית)

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} M^{p-1} = M^{p-2} \oplus \tilde{M}^{p-1} \\ M^{p-2} = M^{p-3} \oplus \tilde{M}^{p-2} \\ \vdots \\ M^1 = \tilde{M}_1 \end{array} \right. & \begin{array}{l} \xleftarrow{\psi} \psi(e_j^p), e_j^{p-1} \\ \xleftarrow{\psi} \psi(e_j^p), \psi(e_j^{p-1}), e_j^{p-2} \\ \vdots \\ \xleftarrow{\psi} \psi^{p-1}(e_j^p), \psi^{p-2}(e_j^{p-1}), \psi^{p-3}(e_j^{p-2}), \dots, e_j^1 \end{array} \\ & \begin{array}{l} \text{שליש אותה קבוצה} \\ \text{שם } \psi \\ \text{עצמו} \end{array} \end{aligned}$$

נרצה להוכיח שאין קבוצה כזו:

$$V = M^p = \tilde{M}^p \oplus M^{p-1} = \tilde{M}^p \oplus \tilde{M}^{p-1} \oplus M^{p-2} = \dots = \tilde{M}^p \oplus \tilde{M}^{p-1} \oplus \dots \oplus \tilde{M}^1$$

כל הוקטורים שרשומים בשורה ה- i הם - $\oplus$ מהווים בסיס של $\tilde{M}^{p-i+1}$.

אין אחריות שכל הסדרות שבנינו צריכים של V (כי הסכום הוא ישיר).

נכתוב את ψ כמטריצה ממונצמית וקטורים אלו האטא צ'ונגן בדיוק

$$\begin{bmatrix} \psi_1^1 & 0 \\ 0 & \psi_1^1 \end{bmatrix} \quad \text{כמו בדוגמה} \quad \begin{array}{l} e_1^p \\ \psi(e_1^p) \\ \vdots \\ \psi^{p-1}(e_1^p) \\ 0 \end{array}$$

אין קבוצה שכזו של $\{e_j^p\}$ יהיו תאי צ'ונגן בזוג p

כזו של $\{e_j^{p-1}\}$ יהיו תאי צ'ונגן בזוג $p-1$ וכן הלאה

⇐ כה"כ היינו שגויה מטריצת אזורן עבור הבסיס שמצאנו. ■

הוכחה שאם P_ψ מתפרק לצורת מדרגה 1 אזי ψ קיימת צורת צ'ונגן:

תהי $\psi: V \rightarrow V$ כך שהפעולה האופיינית מתפרק לצורות מדרגה 1.

נניח זאת באינדוקציה על $\dim V$. אם $\dim V = 1$ - ברור (כי כל ערכים חד מימדי זה (ה) הטענה).

אם $\dim V > 1$ ונניח עבור n :

נצטרך $\mu = \psi - \mu Id$. מטריצה של ψ בבסיס שזהו.

$$P_\psi(\lambda) = |A - \lambda Id|$$

$$A - \mu Id = \psi_\mu \quad \text{אזי המטריצה של } \psi_\mu$$

$$P_{\psi_\mu}(\lambda) = |A - \mu Id - \lambda Id| = P_\psi(\lambda + \mu)$$

המשך מיון חזית סוג 3

המשך תוכנית (המשפט 3)

ואנו רואים שיש P_μ מתפרק מתפרק לזרמים מצדדו 1 אז P_μ מתפרק
 וזרמים מצדדו 1, וכן: $\text{Spec } \psi = \lambda_1, \dots, \lambda_r \Leftrightarrow \text{Spec } \psi_\mu = \lambda_1, \dots, \lambda_r, \mu$.
 נבחר $\lambda \in \text{Spec } \psi$. ψ_λ מקימה תכונות הסערה כמות P_{λ_1} מתפרק לזרמים
 מצדדו 1.

קל-ל- $\lambda_1, \dots, \lambda_r, \lambda_2, \dots, \lambda_s = \text{Spec } \psi_\lambda$. (פשוט את ψ_λ ושי המשפט שהוכחנו):

$$\dim V_\lambda > 0 \quad \psi_\lambda: V_\lambda \rightarrow V_\lambda \quad V = V_\lambda \oplus V_i \quad \psi_\lambda = \psi_\lambda \oplus \psi_i$$

$\psi_i: V_i \rightarrow V_i$ $\downarrow$ nilp. $\downarrow$ invertible

ψ_λ קיים כיס צ'ורן כפי שהוכחנו היום. $P_{\psi_\lambda} = P_{\psi_\lambda} \cdot P_{\psi_i}$ - מתפרק לזרמים מצדדו 1

אם ψ_i מתפרק לזרמים מצדדו 1.

לפי הנחת האינדוקציה ψ_i קיים כיס צ'ורן.

איחוד של כיסים צ'ורן של ψ_λ ו- ψ_i זה כיס צ'ורן של ψ .

(המשפט 3.10) ψ_λ ו- ψ_i מתפרק לזרמים מצדדו 1

$$[\psi] = \begin{bmatrix} \begin{matrix} \lambda_1 + \lambda_2 & 1 \\ & \lambda_1 + \lambda_2 \end{matrix} \\ \vdots \end{bmatrix} \Leftrightarrow [\psi_\lambda] = \begin{bmatrix} \begin{matrix} \lambda_1 & 1 \\ & \lambda_1 \end{matrix} \\ \vdots \end{bmatrix}$$