

תרגול 6 הסתברות

הצבה: משתנה מקרי (מ"מ) זה התואר של ערך מספיק לאיחוד.

המרחק המצדד - $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$

ציון - בע"ר מעטפות ומתקנים:

ישנם א מתקנים ו-א מעטפות ספציפיות לא מתקנים. המתקנים מחוברים באקראי.

מעטפות. נוסף זהצדד מ"מ $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ - מל המתקנים במעטפה הנונה.

עכשיו הסעיה של מצגות ההסת' של מתקן ואנציה במעטפה הנונה ניתן

$$P(X=0) = \frac{2}{3}$$

הצבה: ההסת' של ציון התוצאות של מ"מ ממש X ניתנת את התפוצה

של X . זו פונ' מ- $\mathbb{R}$ ל- $[0,1]$.

תוצאה: נניח 2 קוביות חזקנות ונצדד מ"מ א זהיר התוצאה המקסימלית

מה התפוצה X

פתרון: נתון במציאת הערכים של X מקבל ימיו מין נמצא את ההסתברות

לא ערך. $X \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$P(X=1) = \frac{1}{36} \quad P(X=2) = \frac{3}{36}$$

$$P(X=k) = \frac{(k+1)+1}{36}$$

מתקנים $(j,k), (k,j), (k,k)$
כאשר $k \leq j$

חלל: ג'י'חולטריז מבעים סדרה של ניסויים ב"ר. ההסת' זהצורה היא p ונחשון

היא $1-p$ בנ ניסוי. X ספר את מל הניסויים עז ההצחה הראשונה (החזק)

$$X: \Omega \rightarrow \mathbb{N}$$

$$P(X=k) = (1-p)^{k-1} \cdot p$$

$$k \in \mathbb{N}$$

נכחן $G(p)$ מ"מ
ע"אומסרי

תוצאה: בקהפא ישנם כל כדורים 3 שמורים 4 אצומים ו-93 זכנים.

מוציאים כל שוק כדור עז החזרה, עז שיוכל כדור שאינו זקן. נסמן $Y =$ מל

התוצאות עז זהצורה זהו את התפוצה Y

פרמיון: האינפניטיום $P(Y = \infty) = 0$

$P(Y=k) = (0.93)^{k-1} \cdot 0.07$

$Y \sim G(\frac{7}{100})$

זוהי התפלגות גאומטרית עם $p=0.07$.
(הצורה = צור לזו נקט).

הערה: ניתן להציג את ההתפלגות ה-3 אופנים:

(1) ע"י התפלגות מוכרת + פרמטר

(2) ע"י נוסחה

(3) הסכמת ערכים והסת'.

$\sum_{k \in \mathbb{R}} P(X=k) = 1$

הערה: עבור כל מ"מ כשהו $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$

אין משתנה מתק"פ למ"מ גאומטרי

כשתנה לוקרי צויד: אם X הוא מ"מ שמקבל ערכים בקב' סופית

והסת' של X היא $\frac{1}{|I|}$, אזי X הוא מ"מ אחיד.

סימונים: $X \sim U(I)$

אם X מתפלג אחיד על $1, \dots, n$ אז נסמן $X \sim U(n)$ או $X \sim U(1, \dots, n)$

הציון: כנ"ל 9 דבורים נבנים ו-1 נשאר. מועדף באקסלי שזה אחריה דבורה נחזק.

נסמן: $X =$ מס' המשיחות עד הוצאת דבור שגור.

$Y =$ " " " " " 3 דבורים שאוריי.

(1) $P(X)=?$ כנ"ל אם החזרה (2) $P(X)=?$ כנ"ל החזרה.

(3) $P(Y)=?$ תוצאה עד החזרה.

פתרון:

(1) $X \sim G(\frac{1}{10})$ (הנסיים בה')

(2) X מקבל ערכים 1 עד 10. ניתן להציג בשקוף כדור בשורה (במקומות)

ההסתברות שיהיה שחור כ- $\frac{9}{10}$ היא ההסתברות שבסוף באקסלי של הדבורה.

בשורה השחור יהיה במיקוד ה-5. ההסת' האחרון אחריה משיקוף במחירה - $\frac{1}{10}$.

$X \sim U(1, \dots, 10)$

(3) $P(Y=k) = \binom{k-1}{2} \cdot (\frac{9}{10})^{k-3} \cdot (\frac{1}{10})^3$

החלק הראשון: הסתברות

צריך (נכנסת צד): אם נגדיר X_i כמ"מ המקני שמספר מ"מ הוצאות מודפס

→ $i-1$ שמוצאנו שמו"ר עד הפעם ה- i אז:

$$\textcircled{א} \quad X_i \sim G\left(\frac{1}{10}\right) \quad \textcircled{ב} \quad Y = X_1 + X_2 + X_3$$

חל"ב ביומיו 3 מקצעים בדרך של ניסויים ב"ר שהוצחה עד ניסוי מתקבצת בהסת' P ורשון בהסת' $(1-P)$. X ספר את מס' הניסויים עד ההצחה ה- r , $r \in \mathbb{N}$. אזי ערכי X הם בקב' $\{r, r+1, \dots\}$

$$P(X=r) = \binom{r-1}{r-1} P^r (1-P)^{r-r}$$

ההסת' הזו של X היא:

$$X \sim NB(r, P) \quad \text{כ"מון:}$$

חל"ב ביומיו 3 מקצעים בדרך של n ניסויים ב"ר כך שכל ניסוי מצליח בהסת' P ונכש בהסת' $1-P$. X ספר את מס' ההצחות ב- n ניסויים.

$$P(X=k) = P^k (1-P)^{n-k} \binom{n}{k} \quad X \in \{0, 1, \dots, n\}$$

$$X \sim B(n, P) \quad \text{כ"מון:}$$

הצגה - הצגת מקרי:

צו"ע מ"מ בהסת' P . מקצע N צד"פ. X - מיקום השינוי לאחר n צד"פ. Z מס' הצד"פ מ"מ.

$$Z \sim \text{Bin}(N, P) \quad \text{כ"מון: } Z \text{ הוא מ"מ ביומיו עם בהסת' } P, N.$$

מס' הצד"פ שמאסה $N-Z$.

$$X = Z - (N-Z) = 2Z - N$$

נמצא את ההסת' X . $X \in \{-n, \dots, 0, \dots, n\}$.

$$P(X=k) = P(2Z-N=k) = P\left(Z = \frac{k+N}{2}\right) \sim \text{Bin}\left(\frac{k+N}{2}, P\right) = \binom{\frac{k+N}{2}}{\frac{k+N}{2}} P^{\frac{k+N}{2}} (1-P)^{\frac{N-k}{2}}$$

כאשר $N-k \leq k \leq N$ - שם $N-k-1$ אזי.

הצגה: בהרכת צד"פ 5 צד"פ להק, 4 כדורים 11-1 קרפונים. צ"ר צד"פ

6 מהם ללא החזרה. X מס' צד"פ שצד"פ. מה ההסת' X ?

$$P(X=k) = \frac{|X-k|}{|S|} = \frac{\binom{5}{k} \binom{15}{6-k}}{\binom{20}{6}}$$

כ"מון: X מקבל ערכי $n-0$ עד 5.

התפארת זו נקראת ה'פרא'חומטות

שני' את ההתפלגות:

תהי קב' $\mathcal{C}$ מ'פ' N בזיכר N כאשר $N \leq D$ מתורז הק מ'ורזים. בוצעים $\sqrt{N}$ החזרה

$n \leq N$ $H-1$ 'יה יהמ' המיון פ.3 המיון פ.3

$$P(H=k) = \frac{\binom{D}{k} \binom{N-D}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

$$X \sim HG(N, D, n) \quad \text{: 11N'0}$$

ענין: מאנן י' 5 מסיבות הוצנץ ובר' . הוטא מטיס . אס קיבא פ' .

מ/צ"ל אהרן הנגסס ומס' אהרן ריחור. מהר היסודי. שם ספר הנח' 'תב' 3 ח' 2.

פתרון: נגדיר $y_i = x_i - \bar{x}$ $i=1, 2, \dots, N$ כריבוי

3. : $P(Y_2=3) = \frac{2}{6}$ יש נוסחה ההסתברות השמטה:

$$P(Y_2=3) = \sum_{k=0}^5 P(Y_2=3 | Y_1=k) \cdot P(Y_1=k) \approx$$

שני מס' $Y_1 = \text{Bin}(5, \frac{1}{2})$ (ת"ח"ס בס' כרמל).

$$P(Y_2=3) = \sum_{k=3}^5 \text{Bin}(k, \frac{1}{2}) \cdot \text{Bin}(5-k, \frac{1}{2}) =$$

$$P(Y_2=3|Y_1=k) = \text{Hypergeometric} = \frac{\binom{5-k}{1} \binom{5-k}{2}}{\binom{5-k}{3}} = \frac{(5-k)!}{(k-3)! (5-k)!} = \frac{1}{(k-3)!}$$

צירי נוספת: (סמל ח' ב) מסמך קנעם. (הוסיפה אותיות לטקסט ח' ב)

$Y_2 \sim \text{Bin}(5, \frac{1}{4})$ p_5 מהסתה 2 היא $\frac{1}{4}$ והסתה 6 היא p_5