

תוספת 24

עשרות סדרות

תצטרף שיטה פרטית: 4 מרחק מצבים מפי 8

(2) מסדרת הסתברויות מספר ק, הנותנת לכל $x, y \in S$ הסתברות $P(x, y)$ עבור

$$\sum_{y \in S} P(x, y) = 1 \quad \text{מתקיים:}$$

(3) התפזורת אע"פ הנותנת הסתברות למצב ההתחלתי.

שרשרת מרקוב עם זמן n היא מ"מ $x_0, \dots, x_n$ המתקבלת ערכים δ ק שזם

$$P(x_0=x_0, x_1=x_1, \dots, x_n=x_n) = \mu(x_0) \cdot P(x_0, x_1) \cdot \dots \cdot P(x_{n-1}, x_n) \quad x_0, \dots, x_n \in S$$

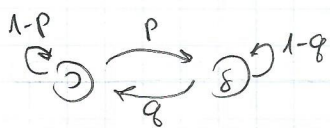
הערות

(1) ההתפלגויות הנוגעות לקצות, בוטל אם נצדיק את השרשרת עם זמן $n+1$ או ההתפלגויות

השניות של $x_0, \dots, x_n$ צורה נוקדה שבו הצדדית את השרשרת עם זמן n .

(2) בקורסים מתקדמים יותר נרצה להצדיק את השרשרת עבור זמן אינסופי. לא

נוכל לעשות זאת כיוון ש מרחק ההסתברות שלנו מסתים או כני מנייה



$$P = \begin{pmatrix} 1-p & p \\ q & 1-q \end{pmatrix}, \quad S = \{0, 1\}$$

תכונות מרקוב נכדל שגנו מתנאים μ את ההתפלגויות האשר מן ההתפלגויות

ההתפלגויות, ונסמן P_x אם מתחילים במצב x .

טאור ושאלות A תזוי רק $x_0, \dots, x_n$ אם הייתה פונקציה f כך ש- $1_A = f(x_0, \dots, x_n)$

למה (תכונת מרקוב): אם A תזוי רק $x_0, \dots, x_n$, $\mu(A) = P_\mu(A)$ וקיים מצב x כך ש-

$$\{x \in A : x_t \in A \text{ for all } t \geq 0\} \neq \emptyset$$

$$P_\mu(X_{t+s}=x_1, \dots, X_{t+s}=x_s | A) = P_x(X_1=x_1, \dots, X_s=x_s)$$

למה (תכונת ההסתברות): נרשום ההסתברות כקטעור שורה. נסמן μ_t ההתפלגויות של X_t ,

בומר $\mu_t(x) = P(X_t=x)$. $\forall x \in S$. אז: $\mu_t = \mu \cdot P^t$ כמובן ש רצו וקטעור הסטטיסטיקה.

בפוסטא של ציון: $\mu = (1, 0)$ (הסתברות בהחלט). אז: $\mu_1 = \mu \cdot P = (1, 0) \cdot \begin{pmatrix} 1-p & p \\ q & 1-q \end{pmatrix} = (1-p, p)$

$$\mu_2 = \mu \cdot P^2 = \mu_1 \cdot P = (1-p, p) \cdot \begin{pmatrix} 1-p & p \\ q & 1-q \end{pmatrix} = ((1-p)^2 + pq, p(1-p) + p(1-q))$$

תוכנית הנמה: באנצוקציה. עבור $t=0$, ברור.

נ"ח שגנן עבור $t=1$ ונרשם t :

$$\forall y \in S: \mu_t(y) = P_{\mu}(X_t=y) = \sum_{x \in S} P_{\mu}(X_{t-1}=x, X_t=y) = \sum_{x \in S} P_{\mu}(X_{t-1}=x) \cdot P_{\mu}(X_t=y | X_{t-1}=x)$$

$$\Rightarrow = \sum_{x \in S} \mu_{t-1}(x) \cdot P(x,y) = \mu_{t-1} \cdot P(y) = (\mu \cdot P^t)(y)$$

$P_{\mu}(X_{t-1}=x) = \mu_{t-1}(x)$
 $P_{\mu}(X_t=y | X_{t-1}=x) = P_x(X_t=y) = P(x,y)$

התפלגויות סטציונריות

במודל של ציץ אפשר לנתח שאלות כגון רב התפלגות התיקום מעט לאחר תאורה בנה' להתחזרה. כוונת קיימת (התפלגות מיקום זקנות שתממן דד. כוונת $\mu_t(x) \rightarrow \pi(x)$ $\forall x \in S$).

אם π כיוון $\mu_{t+1} = \mu_t \cdot P$ אז $\pi = \pi \cdot P$ כיוון π היא אף משמאל P של π של העבר השמאל. 1.

במודל נחשב ונמצא שהם היחידים עם צביון 1 למסירה רחב רחב.

$$\pi = \left(\frac{p}{p+q}, \frac{q}{p+q} \right)$$

$$d_t = \mu_t - \pi \quad \leftarrow \quad d_{t+1} = \mu_{t+1} - \pi = (1-p-q)d_t$$

$$d_t = (1-p-q)^t d_0$$

אם $0 < p+q < 2$ אז $d_t \rightarrow 0$ ואם יש התכנסות $\mu_t \rightarrow \pi$.

נתתי מחקר תופעה זו כשרשומות מחקר בצורת:

סדרתי התפלגות π של נקודות סטציונריות, אף מוגדר, אז $\pi = \pi \cdot P$.

מחקר היום, יחידות והתכנסות π .

הצורה הנכונה למחקר השוטף

הצורה: שני מרחב נקודות אף פריקה אם $\mu_t \in S$ היום t

כן $\mu_t = P^t(\mu_0)$ או מרחב. $P_x(X_t=y)$ אחרת.

השיטה פריקה.

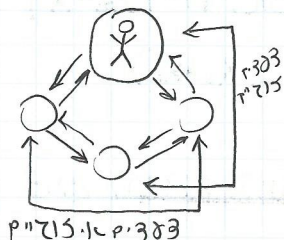
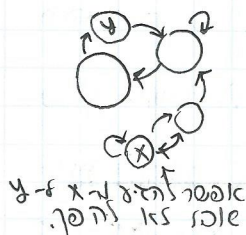
הצורה (מחצית מרחב): עבור מרחב S נגיד $\pi(x) = \frac{1}{|S|} P_x(X_t=x)$

המחצית של x היא $d(x)$.

אם x המחצית היא $d(x)$ השיטה נקראת מבחן מחצית, אחרת מחצית.

מבחן פריקה: אם השיטה אף פריקה, המחצית של x היא $d(x)$ ונקראת המחצית.

של השיטה.

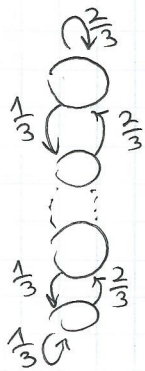


הומורוס תורת 24

הרמת המפה: נקבע כוח מצבים S, y, x . יהיו t, s כך ϕ $P_x(x_t=y)$
 $0 < P_y(x_t=y)$ והם קיימים. (כאן $r=t+s$ ונשים r ש- $r \in T(y)$, $r \in T(x)$)
 נקבע שלא $\alpha \in T(x)$ אז $\alpha + r \in T(y)$, נקרא k מחזקת כ $T(y)$ (הפסד
 את r) אז הוא מתקבל $T(x)$. נק $\gcd(T(x)) = \gcd(T(y))$ ונחזיר
 $\square \gcd(T(x)) = \gcd(T(y))$

סיכום בוצעת המעשה: השיטה שבה הנחית עם מעט באופן שמיני מצב
 אפשרי עבור עם אחד משני. תחנות
 (א) אי פריקה.

(ב) חסרת מחזור $\leftrightarrow$ המעט באופן אינני. אחרת בעצת מחזורם.
תבנית: עבור שיטת אי פריקה ומחזורית לא יתן ש- k מתקם.



בוצעו נוספת: בוד משחק משחק באופקציה בעצת א שסי. כ משחק
 הוא עור שבה בהסתברות $\frac{2}{3}$ ויור שבה בהסתברות $\frac{1}{3}$. סופר במצב
 א והוא נשאר בהסת $\frac{2}{3}$ ויור בהסת $\frac{1}{3}$, ובעצתם צהר.
 מצאו צהרצות סטציונרית, פריקות, מחזוריות?
 פתרון: השיטה אי פריקה. היא חסרת מחזור, צמש כי אפשר

צחזיר צמצם ו תוך צמצם אחד וצכן המחזור שזו 1, וצל המצבאותו מחזורית פריקות
 נמצאו התפוצות סטציונרית: נחפש וקטור $\pi = \pi \cdot P$.

$$W = W \cdot P \quad \text{אז: } W(1) = W(1) \cdot \frac{1}{3} + W(2) \cdot \frac{2}{3}$$

$$1 < k < n \quad W(k) = W(k-1) \cdot \frac{2}{3} + W(k+1) \cdot \frac{1}{3}$$

$$W(n) = W(n-1) \cdot \frac{2}{3} + W(n) \cdot \frac{1}{3}$$

מהמשטור הראשונה $W(2) = 2W(1)$ ואכן סטציונרית: $W(k+1) = 2W(k)$ $1 \leq k < n$

ושגיון זה ערבי עם עם המשטור האחרונה. כאשר כל פתרון הסו רפצה ש
 הווקטור: $W(k) = 2^k$. ען ההתפוצות הסטציונרית היחידה היא: $\pi(k) = \frac{2^k}{\sum_{k=1}^n 2^k}$

משפט: היום התפוצות סטציונרית: על שיטת מרחק קיימת התפוצת סטציונרית,

כאמי התפוצות π זו S כך $\pi = \pi \cdot P$.

בהוכחה צמשה (סוד סוז ש ~~ההוכחה~~ ויתכנסת צהרצות הסטציונרית.

תורת המסמך: נקדם התפלגות התחלתית כשהי μ , ונציג התפלגות Π_t

באופן הסמי: $\Pi_t(x) = E_{\mu}(\text{כמות ה-} x \text{ במסמך } t-1) / t$ ← התפלגות

(כאן δ - Π_t תת-במה מתקסת להתפלגות Π 300 יוניות Π .)

$$\Pi_t(x) = \frac{1}{t} \cdot E_{\mu} \left(\sum_{j=0}^{t-1} 1_{(x_j=x)} \right) = \frac{1}{t} \cdot \sum_{j=0}^{t-1} \underbrace{p_{\mu}(x_j=x)}_{=\mu \cdot p^j(x)} = \frac{1}{t} (\mu + \mu p(x) + \dots + \mu p^{t-1}(x))$$

ממשק בחצונו - BW - δ - Π_t תחת מתנסה $\Pi_{t_k} \rightarrow \Pi$

כיון ש Π_t התפלגות δ ו t נקדם שזקק קצתו Π התפלגות δ .