

הסתברות 21

כונסר הרבוי הרנדומי

פוזטא צווישן סינאטיס קאסיא 12,000 פערס. יהי S כמות (ה-6)

שהתקטלו. בהתחלה שנה קאסיא הרגנה, מהו $P(1800 \leq S \leq 2100)$?

$$P(1800 \leq S \leq 2100) = \sum_{k=1800}^{2100} \binom{12000}{k} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^k \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{12000-k} \approx 0.992$$

אין מדי-ספאטמפער הרצה 12! (א) $(\text{Var}(S) = 12000 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = 2000 \cdot \frac{5}{6})$

יהי X מ"מ ספאטמפער שנתות סופית ויהיו $X_1, \dots, X_n$ מ"מ ספאטמפער אונדא הרפאטא

$$\hat{S}_n = \frac{S_n - E(S_n)}{\sqrt{\text{Var}(S_n)}} \quad S_n = \sum_{i=1}^n X_i \quad \text{כמו } X. \text{ ספאטמפער}$$

כן $\hat{S}_n$ מאגראט כמות ספאטמפער הרפאטא S נאמא מהתחלה.

$$P(a \leq \hat{S}_n \leq b) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \quad -\infty \leq a < b \leq \infty$$

פארהאט צוואנא שוה קאסיא קאסיא:

$$P(-2\sqrt{6} \leq \hat{S}_n \leq \sqrt{6}) = P(1800 \leq S_n \leq 2100)$$

$$\int_{-2\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 0.992$$

מקרה ספאטמפער - מאקרא-פאטמפער: כושר קאסיא $S_n \sim B(n, p)$, ספאטמפער $0 < p < 1$, קאסיא

$$P(a \leq \hat{S}_n \leq b) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

הוכחת מוסא צה-מאקרא-פאטמפער:

נו"ח ספאטמפער $0 < p < 1$ כושרים. הרפאטא α און β אונדא ספאטמפער הרפאטא (המאטא).

$$S_n \sim B(n, p), \quad \hat{S}_n = \frac{S_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \quad \text{כיוון ש-} S_n \sim B(n, p) \quad \text{ספאטמפער } k \text{ שם פאטמפער.}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad \text{כן ש-} P(S_n = k) = P(\hat{S}_n = k')$$

$$I_n = \{k \in \mathbb{Z} \mid \alpha \leq k' \leq \beta\} = \{k \in \mathbb{Z} \mid \alpha \sqrt{np(1-p)} \leq k \leq \beta \sqrt{np(1-p)}\}$$

$$P(S_n = k) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi np(1-p)}} e^{-\frac{k'^2}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{np(1-p)}} f(k') \quad \text{פאטמפער } P(\alpha \leq \hat{S}_n \leq \beta) = \sum_{k \in I_n} P(S_n = k) = \frac{1}{\sqrt{np(1-p)}} \sum_{k \in I_n} f(k')$$

$$\text{און נאמא ש-} \frac{1}{\sqrt{np(1-p)}} \sum_{k \in I_n} f(k') \quad \text{הוא סכום רמא ספאטמפער פאטמפער וסין}$$

$$\text{מאקרא-פאטמפער } \int_a^b f(x) dx \quad \text{פאטמפער ספאטמפער}$$

$$P(S_n = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k} = \frac{1}{\sqrt{2\pi np(1-p)}} \left(\frac{np}{k}\right)^k \left(\frac{n(1-p)}{n-k}\right)^{n-k}$$

$$\left(\frac{np}{k}\right)^k \cdot \left(\frac{n(1-p)}{n-k}\right)^{n-k} = e^{-[k \log(\frac{k}{np}) + (n-k) \log(\frac{n-k}{n(1-p)})]}$$

$$\log \approx \frac{k'^2}{2} \quad \text{ס' הרפאטא ספאטמפער}$$