

הסתברות 13

חשפט רבוי פואסון :

$$P(X=k) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^k}{k!}$$

P80 K70

כל $p \in \mathcal{C}$ $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$: תוצאה

מקרה קניוני: $p_k \times n$ Bin(n, p_k) מתוק"ס $\rightarrow p_k$ בסלע k של p

$$P(X_n = k) \rightarrow e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^k}{k!}$$

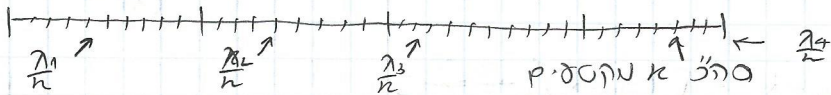
(כמותו הדיפרנציאל של u מתנסח בספאן (γ) . n חתום

צורת: אם נכתוב על מרכז ה. וזו ישנה אחת סוף:

המתחיה מקשה ה ש חות כמחוזים בשם ה, ולכן כפ' מקשה 'ש' יסת' $\frac{\lambda}{h}$ וכן

שתייה שיהיה באופן ב"ת. אז כלות (השחתה): $\text{Poisson}(\lambda)$ $\rightarrow \text{Bin}(n, \frac{\lambda}{n})$

כדונמר, ניתן להסתמך על יום שלום: 74^{33} קצב נד 73^{33} קצב נד 72^{33} קצב נד 71^{33} קצב נד 70^{33} קצב נד



משתנה $X_{n,k}$ אינדיקטור δ קרובות θ וזה מתקדם מה: $X_{n,k} \sim \text{Ber}(\frac{\lambda_k}{n})$

$X_n = X_{n,1} + X_{n,2} + \dots + X_{n,n}$ סך כמות השיחות.

משפט סטן' יותר: נאמר וסל א יסלס א מ"מ $X_{n,1}, \dots, X_{n,n}$ ק-ל-

$$\prod (X_{k,k})_{k=1}^n \quad (1c)$$

$$X_{n,k} \sim \text{Ber}(p_{n,k}) \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^n p_{k,1} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \lambda \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^n p_{k,k}^2 \xrightarrow{k \rightarrow \infty} 0 \quad (3)$$

אם נגדיר $X_n = X_{n,1} + \dots + X_{n,k}$ אז X_n הוא סכום של k משתנים בלתי תלויים.

$$P(X_n = k) \rightarrow e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^k}{k!}$$

("חוק המספרים הקטנים" א"ו)
("חוק המספרים הגדולים")

⚠️ (המקרה הספייסלי) מתקפת כוחס $P_{n,k} = P_n$ $1 \leq k \leq n$ וס

תזכורת מסיפור שלם כר 3

(א) כאילו שקיים מרחב הסתברות $(\Omega, \mathcal{F})$ ומשתנים מקריים X, Y ו- $\mathcal{P}$

• $P(X \neq Y) \leq p^2$ | $X \sim \text{Ber}(p)$, $Y \sim \text{Poisson}(p)$

$$Y_1 + Y_2 \sim \text{Poisson}(\lambda + \mu) \quad \text{כל ה"ל} \quad Y_1 \sim \text{Poisson}(\lambda), Y_2 \sim \text{Poisson}(\mu) \quad \text{כל ה"ל}$$

15k $Y_i \sim \text{Poisson}(\lambda_i)$ - נ"ח $Y_1, \dots, Y_n$ PK: דיופון

$$\sum_{i=1}^n y_i \sim \text{Poisson}(\sum_{i=1}^n x_i)$$

נקבע n . נסמן $X_{n,k} \sim \text{Ber}(p_{n,k})$. נשים $\lambda_{n,k}$ (כאן $\lambda_{n,k}$) קיים מרחק הסתברות

$(\Omega, \mathcal{P})$ שם n מודדים $X_{n,k}$ (הנני ודא) $Y_{n,1}, \dots, Y_{n,n}$ ק' $Y_{n,k} \sim \text{Poisson}(p_{n,k})$

אחרי סוף ודא $P(X_{n,k} \neq Y_{n,k}) \leq p_{n,k}^2$ (קיימים א מרחקים שישלם אחרא' וס $X_{n,k}, Y_{n,k}$:

$(\Omega_{n,k}, p_{n,k})$ $p_{n,k}$ מרחקים אחר ניתן ציבור אחר מרחק והוספה שיקיים את זה

סכומי [

$$\begin{aligned} X_n &= X_{n,1} + \dots + X_{n,n} \\ Y_n &= Y_{n,1} + \dots + Y_{n,n} \end{aligned} \quad \text{(צבור)}$$

עבר Y_n (הנני ודא) $Y_n \sim \text{Poisson}(p_{n,1} + \dots + p_{n,n})$ -

$$P(X_n \neq Y_n) \leq P\left(\bigcup_{k=1}^n \{X_{n,k} \neq Y_{n,k}\}\right) \leq \sum_{k=1}^n P(X_{n,k} \neq Y_{n,k}) \leq \sum_{k=1}^n p_{n,k}^2 \xrightarrow{(3)} 0$$

(3) תנאי

$$0 \leftarrow P(X_n \neq Y_n) \xrightarrow{*} |P(X_n = k) - P(Y_n = k)| \geq 0 \quad \text{דאן}$$

וק כיוון $p_{n,1} + \dots + p_{n,n} \rightarrow \lambda$ (אולי הסתברות λ) -

$$(P(Y_n = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \rightarrow e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \text{ אולי } Y_n \sim \text{Poisson}(\lambda) \text{ אולי } \lambda_n \rightarrow \lambda \text{ אולי } Y_n \sim \text{Poisson}(\lambda_n) \text{ אולי } P(Y_n = k) \rightarrow e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!})$$

$$\square \quad P(X_n = k) \rightarrow e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \quad \leftarrow$$