

לבוא מהסתברות 11

יחי תדיות שני חשתיים חקריים:

כדי משתנים מקריים X, Y עם אותו מרחב הסתברות נקראים ברייתי

תנאים אם $X, Y \in \mathbb{R}$ מתקיים: $P(X=x, Y=y) = P(X=x)P(Y=y)$

אם חשתיים את ההתפלגות המשותפת של X, Y הסכמה, אזי הערכים הסכמה

הם מכפלת הערכים ההתפלגות השולית של X, Y כ"ל

$y \backslash x$	x_1	x_2	...	x_n	התפלגות של y שולית
y_1	$p_{x_1 y_1}$				q_{y_1}
y_2					q_{y_2}
...					
y_n	$p_{x_1 y_n}$				q_{y_n}
התפלגות של x שולית	p_{x_1}	p_{x_2}			

א חשתיים חקריים:

כאשר שהמ"ל $X_1, \dots, X_n$ המוזכרים עם אותו מרחב הסתברות הם ברייתי תנאים

אם $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}$ מתקיים $P(X_1=x_1, \dots, X_n=x_n) = P(X_1=x_1) \dots P(X_n=x_n)$

⚠️ הערה: אם $X_1, \dots, X_n$ הם אז מוצג ההתפלגות השולית, נכנס את ההתפלגות המשותפת.

בוצעו: יהיו $A_1, \dots, A_n$ מאובצת באותו מרחב הסתברות. אז המ"ל

$1_{A_1}, \dots, 1_{A_n}$ (-אנדיקטורים) מקיימים $A_1, \dots, A_n$ הם $1_{A_1}, \dots, 1_{A_n}$ הם.

הערה: נשים לב שמש $P(1_{A_1}=0, 1_{A_2}=0, 1_{A_3}=1, \dots, 1_{A_n}=1) = P(A_1^c \cap A_2^c \cap A_3 \cap \dots \cap A_n)$

וכן שיוויונות בנ"מ עם 0 ו-1 במקומות אחרים, וזיון שם $P(1_{A_i}=1) = P(A_i)$,

$P(1_{A_i}=0) = P(A_i^c)$ נקרא את השקצות שמבוצע.

טענה: אם $X_1, \dots, X_n$ הם אז $X_1, \dots, X_n$ הם.

⚠️ הערה: מסון שם תת קב של המ"ל זה הוא הם.

הוכחה: נתון ש- $\forall x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R} : P(X_1=x_1, \dots, X_n=x_n) = P(X_1=x_1) \dots P(X_n=x_n)$

(סוף עם כ- x_n מתוך שם ההתפלגות של X_n .)

$$\sum_{x_n \in \text{התחום של } x_n} P(X_1=x_1, \dots, X_n=x_n) = P\left(\bigcup_{x_n \in \text{התחום של } x_n} \{X_1=x_1, X_2=x_2, \dots, X_n=x_n\}\right) = P(X_1=x_1, X_2=x_2, \dots, X_{n-1}=x_{n-1})$$

בנוסף: $\sum_{x_n \in \text{התחום של } x_n} P(X_1=x_1) \dots P(X_n=x_n) = P(X_1=x_1) \dots P(X_{n-1}=x_{n-1}) \sum_{x_n \in \text{התחום של } x_n} P(X_n=x_n) = P(X_1=x_1) \dots P(X_{n-1}=x_{n-1})$

התפלגויות (פוזיות)

① עקור $0 \leq p \leq 1$ התפלגות $Ber(p)$ (בתתי) μ היא $Ber(p)$ אם התנאי

יש μ ^{מופץ} $\{0, 1\}$ ו- $\mu(1) = p$.

צורת = A אם A מאותו אצ התפלגות יש 1_A היא $Ber(p)$

② בינומית: עקור יש $0 \leq p \leq 1$ ו- $n \geq 1$ התפלגות $Bin(n, p)$ היא התפלגות

μ אם תומך שמתו - $\{0, 1, \dots, n\}$ שמת"מ - $\mu(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ (כאשר $0 \leq k \leq n$)
 $\sum_{k=0}^n \mu(k) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = (p + (1-p))^n = 1$ זו אצ התפלגות כי

צורת = יהיו $A_1, \dots, A_n$ מאותו ע"ק p $\forall 1 \leq i \leq n$ $P(A_i = p)$

אז אם ע"ק $X = \sum_{i=1}^n 1_{A_i}$ כמות ה- A_i שמתחש X אז X התפלגות בינומית (n, p)

③ גאומטרית: עקור $0 < p \leq 1$ התפלגות $Geom(p)$ היא התפלגות μ

אם תומך שמתו $\{1, 2, 3, \dots\}$ $\mu(k) = p \cdot (1-p)^{k-1}$ ע"ק p