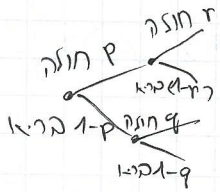


קובץ תרגומים

הסתברות חזקה

בשאלה: ^{היחסית} $P(A|B)$ מהאנכוסיה חזקה במחנה מסוימת. קיימת בקצה למחנה.

אם אדם בריא עובר את הבדיקה יש סיכוי q שהבדיקה תאמר שהוא חולה.



אם אדם חולה נבדק, יש סיכוי r שיוצא חולה.

אדם חולה הנבדק אחרי מילוקוניה עובר את הבדיקה.

(א) מה הסיכוי שהאדם חולה? P

(ב) מה הסיכוי שהאדם חולה והבדיקה תצא לא?

(ג) מה הסיכוי שהבדיקה תאמר שהוא חולה?

(ד) מה הסיכוי שהאדם חולה אם הבדיקה אומרת שהוא חולה?

טענה: אם B בעל $P(B) > 0$ ו- A מאורע כלשהו אז $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ (*)

(תצטרך)

בדוגמה נתונה כל מיני הסתברויות מותנות. נכון להאדם חולה $B =$
 $A =$ הבדיקה תאמר שהוא חולה / שהוא חולה

אז נתון: $P(A|B) = r$, $P(A|B^c) = q$. (אנו מניחים $0 < p < 1$).

כדי לפתור את בעייתנו נשים לב ש-

טענה (ה) העקרון ההסתברותי: יהיו $A_1, \dots, A_n$ מאורעות כך ש-

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n|A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1})$$

הוכחה: (זיכרון) העקרון היסודי של - $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ וקדם כאילו 'אין' מופק טענות

$$P(A_1) \cdot \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_1)} \cdot \frac{P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)}{P(A_1 \cap A_2)} \cdot \dots \cdot \frac{P(A_1 \cap \dots \cap A_n)}{P(A_1 \cap \dots \cap A_{n-1})} = P(A_1 \cap \dots \cap A_n)$$

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c) = P(B) \cdot P(A|B) + P(B^c) \cdot P(A|B^c) = p \cdot r + (1-p) \cdot q$$

$A = (A \cap B) \cup (A \cap B^c)$

נוסחת ההסתברות הממשלית

הצבה: האורעות $A_1, \dots, A_n$ יוצרים תעבורה של המרחב אם $A_1, \dots, A_n$

$$\Omega = A_1 \cup \dots \cup A_n \quad \text{זריק!}$$

טענה (נוסחת ההסתברות השלמה) $P(A_1, \dots, A_n)$ חלוקה של

המרחב וכן $P(A_i) > 0$ לכל i מאורע A מתק"פ:

$$P(A) = P(A_1) \cdot P(A|A_1) + P(A_2) \cdot P(A|A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(A|A_n)$$

הוכחה: נשים $\emptyset$ - $A = \bigcup_{i=1}^n (A \cap A_i)$ ופאינורז. $P(A) = \sum_{i=1}^n P(A \cap A_i)$ ומאן $\otimes$

כעת רצי שפתור את סעיף 3:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{p \cdot r}{p \cdot r + (1-p) \cdot q}$$

טענה (חוק סייז) $A_1, \dots, A_n$ חלוקה של המרחב ו- $P(A_i) > 0$ לכל i כל

$$P(A_i|A) = \frac{P(A_i) \cdot P(A|A_i)}{P(A_1) \cdot P(A|A_1) + \dots + P(A_n) \cdot P(A|A_n)} : A \text{ מאורע}$$

$$P(A_i|A) = \frac{P(A \cap A_i)}{P(A)} \stackrel{\substack{\uparrow \\ \text{דו השתנה}}}{=} \frac{P(A_i) \cdot P(A|A_i)}{P(A)} \stackrel{\substack{\uparrow \\ \text{הסתברות שלמה}}}{=} \frac{P(A_i) \cdot P(A|A_i)}{P(A_1) \cdot P(A|A_1) + \dots + P(A_n) \cdot P(A|A_n)} \quad \text{הוכחה:}$$