

קומבינאטוריקה

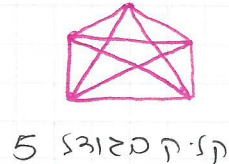
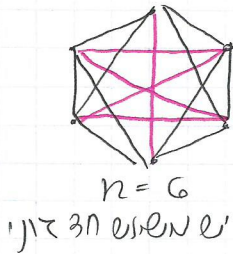
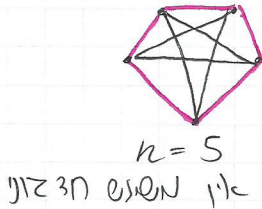
כוחי הסתברות אחרים:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

טענה: כמרחב הסתברות אחיד, אם מאות A מתק"פ:

$$P(A) = \sum_{\omega \in A} P(\omega) = \sum_{\omega \in A} \frac{1}{|\Omega|} = \frac{|A|}{|\Omega|} \quad \text{הוכחה:}$$

צורת הסתברות מספרית רגילה



משפט Ramsey: אם $k \geq 3$ קיים n שם $n \geq R(k, k)$ וצורת P אתם הקטנות

בין n קוצקוים סדושה צדעם, אם קיים קצ'ק סדושה k חצי.

מסמנים: n מניח: שמתאים $R(k, k) :=$

$$43 \leq R(5, 5) \leq 49, \quad R(4, 4) = 18, \quad R(3, 3) = 6$$

$$12 \leq R(6, 6) \leq 165$$

$$R(k, k) \leq \frac{C}{\sqrt{k}} 4^k \quad \text{יבום ש-}$$

$$R(k, k) \geq 2^{k/2}, \quad k \geq 3$$

$$n = \lfloor 2^{k/2} \rfloor \quad \text{הוכחה: נקדם}$$

יפי Ω קמי Ω הצביות סדושה צדעם בין n קוצקוים.

(צד) צביות אחת מאות אחיד, כלומר $P(\omega)$ צורה Ω הצביות $\omega \in \Omega$.

טצ'ר: קיימת קצ'קה מונוטונית סדושה $A = \{ \}$

צריך להראות $P(A) < 1$.

$$|\Omega| = 2^{\binom{n}{2}} \quad \text{כמה קשתות יש בין n קוצקוים?} \quad \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \quad \text{לכן}$$

מסמן I את $\{ \}$ תת הקוצקות סדושה k ש n הקוצקות. $|I| = \binom{n}{k}$

עבור תת הקוצקה סדושה $T \in I$ מסמן $A_T = \{ \}$ קוצקות מונוטונית סדושה k חצי.

נשים Ω - $A = \bigcup_{T \in I} A_T$ מחסר האחד, $P(A) \leq \sum_{T \in I} P(A_T)$

$$P(A_T) = \frac{|A_T|}{|\Omega|} = \frac{2^{\binom{n}{2} - \binom{n-k}{2}}}{2^{\binom{n}{2}}} = \frac{2}{2^{\binom{n}{2}}}$$

$$\Rightarrow P(A) \leq \sum_{T \in I} \frac{2}{2^{\binom{n}{2}}} = \binom{n}{k} \cdot \frac{2}{2^{\binom{n}{2}}} < 1$$

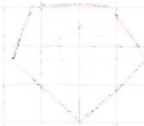
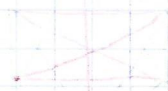
pk $P(A) < 1$ אם קיימת נקודה נכונה k וצדד k וצדד k וצדד k

$$\binom{n}{k} 2^{1-\binom{k}{2}} \leq \frac{n^k}{k!} 2^{1-\frac{k^2}{2}+\frac{k}{2}} = \frac{2^{1+\frac{k}{2}}}{k!} \cdot \underbrace{\frac{n^k}{2^{\frac{k^2}{2}}}}_{\substack{k \leq 1 \\ n \leq 2^{\frac{k^2}{2}}}} \leq \frac{2^{1+\frac{k}{2}}}{k!} < 1 \quad \text{for } k \geq 3$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!} < \frac{n^k}{k!}$$

$$1 - \binom{k}{2} = 1 - \frac{k(k-1)}{2}$$

□ !מה?



(K, A)

