

11/6/2012.

תורת גל - קולברג ב' II

יהי צמד טבעי n, m ש $n \neq m$! יהי $\mathbb{Q}$ שדה. יהי $\mathbb{Z}_n \ni \sigma$ שדה $\mathbb{Q}$ המכיל את $\mathbb{Z}_n$ ויהי $\mathbb{Z}_m \ni \tau$ שדה $\mathbb{Q}$ המכיל את $\mathbb{Z}_m$.

מספר n של 1 , נחשב $\mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n)$ -

א. הראה כי $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n)$ והוכח את $[\mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n) : \mathbb{Q}]$.

ב. הראה כי $\mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n) \supset \mathbb{Q}(\mathbb{Z}_m)$ ושהם שווים.

ג. הראה כי יש שתי דרכים לחשב $H_1(G, \mathbb{Q})$ ו $G \cong \mathbb{Z}_n$ ו $H \cong \mathbb{Z}_m^*$.

$$G \cong \mathbb{Z}_n, H \cong \mathbb{Z}_m^*, G \cong \mathbb{Z}_n$$

ד. הראה כי $\mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n)$ הוא שדה המכיל את $\mathbb{Q}$ והוא שדה $\mathbb{Q}$.

נשים לב כי $n = p_1 \dots p_r$ - שדה $\mathbb{Q}$ המכיל את $\mathbb{Z}_n$.

$$\phi(n) = \phi(p_1) \phi(p_2) \dots \phi(p_r) = (p_1-1) \dots (p_r-1)$$

נראה כי $\phi(n) = \phi(p_1) \phi(p_2) \dots \phi(p_r)$ -

$$\phi(n) = \phi(p_1) \phi(p_2) \dots \phi(p_r) = (p_1-1) \dots (p_r-1)$$

על p_i ו p_j נגזר. כיוון ש $n \geq 3$. שם אומר ש n אינו.

$$n = 8, \phi(n) = 4$$

א. הראה כי $\mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n)$ הוא שדה המכיל את $\mathbb{Q}$ והוא שדה $\mathbb{Q}$.

מכאן n שדה $\mathbb{Q}$ המכיל את $\mathbb{Z}_n$ ושהם שווים.

הוכחה של $\mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n)$ ו $\mathbb{Q}(\mathbb{Z}_m)$ הם שווים.

הראו כי $\mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n)$ הוא שדה המכיל את $\mathbb{Q}$ והוא שדה $\mathbb{Q}$.

$$\mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n) = \mathbb{Q}(\mathbb{Z}_m)$$

א. הראה כי $\mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n) \supset \mathbb{Q}(\mathbb{Z}_m)$.

$$[K : \mathbb{Q}] = [K : \mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n)] [\mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n) : \mathbb{Q}]$$

$$K = \mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n)(\sqrt[n]{b})$$

אם $\mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n) \supset \mathbb{Q}(\mathbb{Z}_m)$ ו $\mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n) \supset \mathbb{Q}(\mathbb{Z}_m)$ ו $\mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n) \supset \mathbb{Q}(\mathbb{Z}_m)$.

הוכחה של $\mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n)$ ו $\mathbb{Q}(\mathbb{Z}_m)$ הם שווים.

הראו כי $\mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n)$ הוא שדה המכיל את $\mathbb{Q}$ והוא שדה $\mathbb{Q}$.

$$= \mathbb{Z}_n^* : \mathbb{Z}_n = 1, \sigma = \sigma_2$$

$\Gamma^*(\mathbb{C}) \cong \mathbb{Z}_n$

→ נקמה כי $G^*/\mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n)$ חסום, $\sigma(\sqrt[n]{5}) = \mathbb{Z}_n \sqrt[n]{5}$ וכן $G = \langle \sigma \rangle$ - חסום.

$\alpha(\gamma b) = \gamma b$ $\gamma \in G/K$: כל קבוצה $\sigma(Z_n) = Z_n$
 $\alpha(z_n) = z_n^k$ $k \in \mathbb{Z}$

$$\alpha = \alpha_{z, \ell}.$$

נחשב γ : $\gamma = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\alpha} + \alpha \right)$ זה תמיד תמיד אסימטרט γ $\frac{1}{2}$

$$d_{n,e} \cdot d_{n,e'} = d_{n,ee'}$$

$$\left\{ G^{K/Q} = 2, z, \epsilon \mid \begin{matrix} z^N = 1 \\ (z, \epsilon) = 1 \\ \epsilon \text{ divides } N \end{matrix} \right\} \quad | G^{K/Q} = \mu \Phi_N \text{ v. } 111 -$$

$$\mathbb{R} \mathcal{L}_{Z,e} = \mathcal{L}_{Z_1} \cdot \mathcal{L}_{1,e}.$$

$$\sqrt{b} \xrightarrow{d_1} \sqrt{b} \xrightarrow{d_2} \sqrt{b}$$

$$z_n \rightarrow z_n^l \rightarrow z_n^e$$

$$G_{K/Q} = CH \quad \text{Jor}$$

C4 GK10 ניהול גרסה - פגיון

$$\therefore Z_{2m,1} = 0, \quad \Delta_{1,e} = T_e \quad \text{resp.} \quad \Delta_{1,e} \Delta_{2m,1} \Delta_{1,e}^{-1} : 0, m, 1,$$

$$T_{\perp} \sigma T_{\perp}^{-1}(\gamma_b) = T_{\perp} \sigma(\gamma_b) = T_e(Z_m \gamma_b) = Z_m^e \gamma_b = \sigma^e(\gamma_b).$$

$$T_e \circ T_e(z_k) = \dots = \sigma^k(z_k) \quad T_e \circ T_e^{-1} = \sigma^{kl}$$

$$HNC = \{ \alpha_{2,1} = \alpha_{1,1} = \alpha_{2',1} \} \text{ for } \alpha \}$$

ראיון כי העיתודה האמריקני המדעניאלי של קובא ויה שזר השם

על ידי $G^{G'} = G^{K/Q} / G^{K/Q}(Z_n) \cong G^{K/Q} = \mathbb{Z}_n^{K^{G'}}$ (הומומורפיה)

רצוי $G' \subseteq G$, שבו

$$[H, C] \ni [T_\ell, \sigma^k] = (T_\ell \sigma^k T_\ell^{-1}) \sigma^{-k} = \sigma^{k\ell} \sigma^{-k} = \sigma^{k(\ell-1)}$$

G קבוצת פולס $\sigma^k \in G$, $k=1,2,\dots,l-1$

$$K^{G'} = \mathbb{Q}[\mathbb{Z}_n] \iff G' = G' = G \rtimes \mathbb{Q}(\mathbb{Z}_n) \text{ and } C \subset G'_{j-\delta}$$