

משפט:

נתון F שדה ו- L שדה המורחב מ- F .
 נניח כי F כ- L הוא הרחבה גלוארית.
 מניחים שיש L כ- L המורחב מ- L שהוא הרחבה גלוארית על L ושקיי:

$$G_{L(u)/L} \cong G_{K/L}$$

(האיזומורפיזם נתן ע"י $\sigma \mapsto \sigma|_K$)
 (הפכתי) $[L(u):L] = [K:L]$

(נניח כי קבוצת סגור אלגברי $\bar{L}$ של L , $F \subset K, L \subset \bar{L}$)

כי נניח כי F כ- K הרחבה ספרית. סופר
 וכן F כ- L הרחבה נורמלית.
 אזי $[L(u):L] = [K:L]$
 (באופן נניח $F \subset L, K \subset \bar{F}$)

כוכבה:

א. ראוי, באופן כללי, כי אם F כ- K נורמלית.
 אז גם L כ- $L(u)$ נורמלית.
 כל אומר של K הוא ספרית מעל F .
 וכל אומר ש- K ספרית על L .
 לכן L כ- $L(u)$ היא הרחבה ספרית.
 לכן L כ- $L(u)$ הרחבה נורמלית וספרית.
 כלומר הרחבה גלוארית.

(נניח $K = F(u)$ (כ- F ספרית) מניחים שיש)

י' $f(x) \in F[x]$ פולינום ב- x ש- a מעל F .
 אזי י' $f(x) \in L[x]$ פולינום ב- x ש- a מעל L .

$K \rightarrow \mathbb{R}^n, g(x) \in \mathbb{R}^m$

$$L(K) = L(F(a)) = L(a) \quad \therefore \text{of } \mu$$

כ"ן e , $L \cup L$, כ"ן e וכן הלאה

$$\deg g(x) = [(\mathbb{L} \cap K)(\alpha) : \mathbb{L} \cap K] = [K : \mathbb{L} \cap K]$$

$$[L(K):L] = [K:L \cap K] \quad \text{: יחס גלגול}$$

$K - 8 \text{ r } \approx 13 \sqrt{3} \lambda$

-5

$$GL(W)$$

-

כבוד י רבנו קדוה ר' חיים הווערמאן אבאדא.

ok

: 5m 5

לכן $G \cong L_{FN}(K) \cong \text{PSL}(n, K)$

6 7.01

L. 8. 1257

Ken

12. (12) to WD $g(x) | f(x)$ 121

ה'תש"ח, ולכן מקבץ (גם) ה'תש"ח - ה'תש"ח

הברכה - מלך אלהים, קדוש - ש' ס

$\delta \in G_{\text{LOR}}$

כיוון ש f כל נורמליזציה, כל $אחל \in G$ ש

הוא כל סך G וכן $אחל = L$ וכן

כפול, $אחל (L') = L$ וכן

מכאן, $אחל = L$.

ל' הוא הרבה פעם של אחל, כי ראוי

אחל כל הרבה נורמליזציה:

שני, ל' נוסף צי קבוצה אחרים ישר

ל' ספרותי מל אחל (כי ספרותי מל פ.)

מק"כ: $אחל = אחל$ $אחל$

$$אחל = (אחל) L' = אחל (L') = אחל$$

-(אחל) - (א) כך:

$אחל = אחל L$ הרבה פעם

הפקיד F הפקיד א

- הפקיד L מל (א) יקח א

קבל מל א:

($[אחל: L'] < \infty$)
 כי ל' נוסף צי קבוצה
 סופי ויש אחרים
 יוצגים מל אחל

$$[אחל: L'] = [אחל: L'] = [אחל: L']$$

⊗

- הפקיד קבל כי $[x] L' \in G$

וכן (א) או-כך מל ל' כי $L' CL$.

$$[L(a): L] = [L(u): L]$$

$$[L'(a): L'] = [L'(u): L'] = [אחל(L'): L'] = \frac{[אחל(L'): L']}{[L': L']} =$$

$$\frac{[אחל(L'): L']}{[אחל(L'): L']} = [אחל: L]$$

סקירה:

נניח K הוא שדה המעבר F (המספרים),
 עבור המעבר F (המספרים) $[L:F] < \infty$

(קט):

$$[L(K):F] = [L(K):L][L:F] = [K:K \cap L][L:F] = [K:F][L:F] = [K \cap L:F]$$

לכאן: L, K מורכבים ליניאריים מעל $F \Leftrightarrow K \cap L = F$

(כי אם יש שיתוף בין שני האגפים (באדימקט)
 אזי אחד מהם מורכב ליניארי)

* לאון רק שפאסר F כח K (הרמה של F ממש F סופי)

וכן F כח L_1, L_2 כח F (הרמה של F על F)

מקיים:

$$G_{K/F} \cong G_{K/L_1} \times G_{K/L_2} \Leftrightarrow L_1 \cap L_2 = F \text{ וגם } K = L_1(L_2)$$

- המעבר K על L_1, L_2 מורכבים ליניאריים מעל F

$$[L_1(L_2):F] = [K:F] = |G_{K/F}| = |G_{K/L_1}| \cdot |G_{K/L_2}| = [K:L_1][K:L_2]$$

$$[L_1(L_2):F] = [K:F] = [K:L_1][K:L_2] = [L_2:F][L_1:F]$$

$$\Rightarrow [K:L_2] = [L_1:F]$$

$$[K:L_1] = [L_2:F]$$

שאלה 1: חבורה פתירה (solvable extensions)

החבורה G פתירה

החבורה G פתירה, K/F גלגול, G/F חבורה פתירה.

אם G/F חבורה פתירה, אז G חבורה פתירה.

אם G חבורה פתירה, K/F גלגול, אז G/F חבורה פתירה.

(למשל) $G = G/F$, G/F חבורה פתירה, G חבורה פתירה.

הקוואליטר:

החבורה G פתירה, $G' = G$, G חבורה פתירה, $G' = G$.

אם $E = K^G$, $F \subset L \subset K$, אז $E = K^G$.

אם $L \subset F$, L חבורה פתירה, אז L חבורה פתירה.

הוכחה:

כיון $G' \subset G$, $E = K^G$, E חבורה פתירה.

$$G_{E/F} \cong G_{K/F} / G_{K/E} = G/G' = G/G'$$

אם $E = K^G$, E חבורה פתירה.

אם $F \subset L \subset E$, F חבורה פתירה, L חבורה פתירה.

אם $E = K^G$, E חבורה פתירה.

אם $G_{E/F} \subset G_{K/F}$, $G_{E/F}$ חבורה פתירה.

אם $G_{E/F}$ חבורה פתירה, $G_{K/F}$ חבורה פתירה, $G_{K/E}$ חבורה פתירה.

אם $L \subset F$, L חבורה פתירה, F חבורה פתירה.

$$G_{L/F} \cong G_{E/F} / G_{E/L} = G_{E/F} / G_{E/L}$$

אם $L \subset F$, L חבורה פתירה, F חבורה פתירה.

אופן: $F \subseteq L \subseteq K$ נניח
 כי F היא תת-חבורה של F .
 כיוון ש L היא תת-חבורה של F ,

$$G_{K/F} \trianglelefteq G_{L/F}$$

$$G_{L/F} / G_{K/F} \cong G_{K/F} / G_{K/L}$$

כיוון ש $G_{K/L}$ היא תת-חבורה של $G_{K/F}$ (ובכך):
 $G' \subseteq G_{K/L}$

$$L = K^{G_{K/L}} \subseteq K^{G'} = E$$

ולכן

משל

הסקה

צירוף של (משפט סופי) של תת-חבורה של F .
 מניח ש F היא תת-חבורה של F .

הוכחה:

ב"א הוכחה של תת-חבורה.

נניח $F \subseteq E_1, E_2 \subseteq F$ תת-חבורה של F מניח ש F .

הצירוף $K = E_1(E_2)$ הוא תת-חבורה של F .

והראש E נמצא בתוך F או סתם F .

אם $E(E_2)$ הוא תת-חבורה של F או F או F .

ובפרט אם תת-חבורה של F . כיוון ש E/F סתמי,

ל F הצירוף סתמי. (F הוא תת-חבורה של F)

נסמן $G = G_{K/F}$; (סטן) $E = K^{G'}$;

$E_1, E_2 \subseteq K$ תת-חבורה של F , ולכן $E_1, E_2 \subseteq F$.

מכאן: $K = E_1(E_2) \subseteq E \subseteq K$

ובסוף $E = K$ ($G' = \{1\}$) תת-חבורה של F .

משל

