

W12D3 28/05/2012 ט' ה'תשע"ב

מסלול: חתם K/F הרחבה של K/F ממשורר סופי.

מסקנה: K/F נפרד
: TFAE $F \subset L_1, L_2 \subset K$

$$G_{K/F} = G_{K/L_1} \cdot G_{K/L_2} \quad (1)$$

מכפלה יחסית (סמי-)

(2) $L_1, L_2 \subset F$ הן הרחבות של F

$$L_1 \cap L_2 = F \quad \text{כך}$$

$$K = F(L_1 \cup L_2) = L_1(L_2) = L_2(L_1)$$

הוכחה:

(1) $\Leftrightarrow$ (2)

פירוק קיטון: $G_{K/F}$ (א) $G_{K/L_i} \triangleleft G_{K/F}$ $i=1,2$

$$(b) \quad G_{K/L_1} \cap G_{K/L_2} = \{1\}$$

$$(c) \quad G_{K/L_1} G_{K/L_2} = G_{K/F}$$

~~הוכחה~~

זלואה $L: JF$ $\Leftarrow (a)$

הוכחה : במסגרת

$$\{1\} = G_{K/L_1} \cap G_{K/L_2} = H(L_1) \cap H(L_2) = H(L_1(L_2)) \Leftarrow (b)$$

$$\Rightarrow L_1(L_2) = K$$

(c) כיון $G_{K/L_1} \triangleleft G_{K/F}$, כדור G_{K/L_1}

הוכחה $G_{K/L_1}, G_{K/L_2}$ $\hat{=}$ $G_{K/L_1} \cdot G_{K/L_2}$

$$G_{K/F} = G_{K/L_1} \cdot G_{K/L_2}$$

ראינו כי

$$\langle H(L_1), H(L_2) \rangle = H(L_1 \cap L_2)$$

$$H(L_1 \cap L_2) = G_{K/F} = H(F) \quad \text{אכן}$$

$$\Rightarrow L_1 \cap L_2 = F$$

- זה מראה כי L_1 ו- L_2 אינן כוללות את F .