

W15D2

18/06/12

התבאר

מסקנה ממעט שטואר:

משוואה:

$$f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0 = 0$$

מחלק שדה F (char(F) = 0)

אז, המשוואה סתומה ע"י ריבועים אלה

חומר שטואר על $f(x)$ מחלק $F_0(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$

($F_0 \cong \mathbb{Q}$; F חסר הרמיון על F)

$$F = K_0 \subset K_1 \subset \dots \subset K_r = K$$

$$b_i = a_i^{n_i} \in K_{i-1}, \quad K_i = K_{i-1}(a_i)$$

$x^{n_i} - a_i^{n_i}$ אי-סתמי מסלול K_i - צריכה להגדיל

לכאורה

כחול
לא נגזר

$$\begin{cases} K_i = K_{i-1}(\sqrt[n_i]{b_i}) \\ [K_i : K_{i-1}] = n_i \end{cases}$$

$n_i \sqrt[n_i]{b_i}$ מסלול n_i איברים שונים

$$\{a_i^{n_i} = 1\} \mid a_i^{n_i} = b_i$$

מרחב $K \supset F$ קטנה

$E \supset F$ מרחב E ריבועי

$$E_i = E_{i-1}(a_i) \quad F_M = F(U_M)$$

$$E_i(F_M) = E_{i-1}(F_M)(a_i)$$

$$E_i(F_M) \supset E_{i-1}(F_M)$$

$$x^{n_i} - b_i \in \mathcal{O}(a_i) \quad (קבוצת הריבועים) \quad \mathcal{O} \in G_{E_i(F_M)/E_{i-1}(F_M)}$$

$\sigma(a_i) = \{a_i\}$, $\zeta^{n_i} = 1$
 ג'ט. פונקציעס $\sigma \mapsto \zeta$

$$\frac{G_{E_i(F_M)}}{E_{i-1}(F_M)} \longrightarrow \mu_{n_i}(\bar{F}) = \mu_{n_i}(F_M)$$

$\frac{G_{E_i(F_M)}}{E_{i-1}(F_M)}$ פון σ

$(n_i \text{ זאל})$ $\mu_{n_i}(F_M)$ — פון σ
 $n_i' \mid n_i$ זאל, $\mu_{n_i'}(F_M)$
 $E_i(F_M) = E_{i-1}(F_M)(C_i)$ זאל, $\mu_{n_i'}(F_M)$
 $d_i = C_i^{n_i'} \in E_{i-1}(F_M)$ e μ
 $E_{i-1}(F_M)$ זאל $\chi^{n_i} - d_i$ μ

האם יש נוסח אחר? כן
(אנשים) אפילו כן. הנה הוא
הפאקטואל — מחלה חן נח F ?

- אם יש נוסחה כזו, אז היא טובה
 אם $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ נחש
 הפונקציה $x_1, \dots, x_n$ הנשערת

$$f(x) = x^n - x_1 \cdot x^{n-1} + x_2 \cdot x^{n-2} - \dots + (-1)^n x_n$$

$F(x_1, \dots, x_n)$ is a function on S_n : even - odd

הוכחה:

יפ"ו $s_1, s_2, \dots, s_n \in F[x_1, \dots, x_n]$ פולינומים באותיות.

יפ"ז אם כל אחד מהם

פונקציות, שם פולינום $g(t_1, \dots, t_n) \in F[t_1, \dots, t_n]$
 ב- n משתנים, מקיים:

$$g(s_1, \dots, s_n) = 0 \Leftrightarrow g(t_1, \dots, t_n) = 0$$

ע' י"ד כ"א

$$F[x_1, \dots, x_n] \cong F[s_1, \dots, s_n]$$

$$g(x_1, \dots, x_n) \mapsto g(s_1, \dots, s_n)$$

י"ב. י"ג. י"ד. י"ה. י"ו. י"ז. י"ח. י"ט. כ. כא. כב. כג. כד. כה. כו. כז. כח. כט. ל. לא. לב. לג. לד. לה. לו. לז. לח. לט. מ. מא. מב. מג. מד. מה. מו. מז. מח. מט. נ. נא. נב. נג. נד. נה. נו. נז. נח. נט. ס. סא. סב. סג. סד. סה. סו. סז. סח. סט. ע. עא. עב. עג. עד. עה. עו. עז. עח. עט. פ. פא. פב. פג. פד. פה. פו. פז. פח.פט. צ. צא. צב. צג. צד. צה. צו. צז. צח. צט. ק. קא. קב. קג. קד. קה. קו. קז. קח. קט. ר. רא. רב. רג. רד. רה. רו. רז. רח. רט. ש. שא. שב. שג. שד. שה. שו. שז. שח. שט. ת. תא. תב. תג. תד. תה. תו. תז. תח. תט. י"א. י"ב. י"ג. י"ד. י"ה. י"ו. י"ז. י"ח. י"ט. כ. כא. כב. כג. כד. כה. כו. כז. כח. כט. ל. לא. לב. לג. לד. לה. לו. לז. לח. לט. מ. מא. מב. מג. מד. מה. מו. מז. מח. מט. נ. נא. נב. נג. נד. נה. נו. נז. נח. נט. ס. סא. סב. סג. סד. סה. סו. סז. סח. סט. ע. עא. עב. עג. עד. עה. עו. עז. עח. עט. פ. פא. פב. פג. פד. פה. פו. פז. פח. פט. צ. צא. צב. צג. צד. צה. צו. צז. צח. צט. ק. קא. קב. קג. קד. קה. קו. קז. קח. קט. ר. רא. רב. רג. רד. רה. רו. רז. רח. רט. ש. שא. שב. שג. שד. שה. שו. שז. שח. שט. ת. תא. תב. תג. תד. תה. תו. תז. תח. תט.

$$6: F(x_1, \dots, x_n) \xrightarrow{\sim} F(s_1, \dots, s_n)$$

$$G(g(x_1, \dots, x_n)) = g(s_1, \dots, s_n)$$

$$e(f(x)) = x^n - G(x_1)x^{n-1} + G(x_2)x^{n-2} - \dots + (-1)^n G(x_n) = : G(x)$$

$$= x^n - S_1 x^{n-1} + S_2 x^{n-2} - \dots + (-1)^n S_n =$$

$$= (x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n)$$

קריאה:

$K = F(x_1, \dots, x_n)$ (= F_1) שדה

$F_2 = F(s_1, \dots, s_n)$ שדה

ה' L שדה F_1 שדה $f(x)$ שדה

$$L \xrightarrow{\sim} K$$

$$F_1 = F(x_1, \dots, x_n) \xrightarrow{\sim} F_2 = F(s_1, \dots, s_n)$$

$$f(x) \in F_1[x] \xrightarrow{\sim} \sigma(f(x))$$

הוכחה כי σ היא איזומורפיזם

$$\sigma: L \rightarrow K$$

$$G_{f(x)/F_1} = G_{L/F_1} \cong G_{K/F_2} = G_{F(x_1, \dots, x_n)/F(s_1, \dots, s_n)} \cong S_n$$

$$\tau \mapsto \tilde{\sigma} \tau \tilde{\sigma}^{-1}$$

מסקנה:

עבור $n \geq 5$ אין נוסחא כללית

לפתרון משוואה ממעלה n (משוואה F מברקלינסקה אינס)

הוכחה:

אם היה נוסחא כללית, אז היה ניתן לקבוע

$$F(x_1, \dots, x_n) \text{ שדה } f(x) = x^n - x^{n-1} + \dots + (-1)^{n-1}x$$

ובסך הכל חבורת גלואה של $f(x)$ שדה $F(x_1, \dots, x_n)$

פותרת. כלומר מקבלים יחס פותרת

אבל S_n - שדה S_n לא פותרת

$$A_n \triangleleft S_n \text{ - תת-חבורה של } S_n$$

היא לא פותרת (כי היא פשוטה ולא אבלי)

הוכחה כי S_n היא פשוטה

אין לה תת-חבורה נורמלית

מ.ש.ל. עקורס