

איברי B מנרמלים א זוכרי H, בלור

$$b \in B, H = H^{-1} b H b$$

$$H = G_{1,1,1} \cdot G_{1,1,1}^{-1} \cdot G_{1,1,1} = G_{1,1,1} \cdot G_{1,1,1}^{-1} \cdot G_{1,1,1} = G_{1,1,1}$$

$$H \triangleleft G_{4,4}$$

סדר 3: מורח שטואה

היחידה נורמלית

למקב: יהי F שדה ויהי $\bar{F}$ סגור אלמנטי של F.
נניח כי $F \subset \bar{F}$.

הפא $F \subset K \subset \bar{F}$ הרחבה של F (הרחבה אלמנטרית).

יהי $\bar{F} \rightarrow K: t$ שיכון מעל F.

א. נניח כי $K \subset A(t)$. אזי $t(K) = K$.

ב. t ניתן שהרחבה טראנסטרנס-אל $\bar{F}$ מעל F.

הוכחה:

א. יהי $a \in K$. יהי $f(x) \in F[x]$ המזנק האי-פני
של a מעל F.

יהי Z קטגוריה של איזומורפיזמים $(\bar{F}, K)$.
(נסמן: $K \cap Z = S$).

S היא תת-קבוצה של $(a \in S)$.
לכן: $t(S) \subset S$.

הסבר: אם $\alpha \in S$, אז $f(\alpha) = 0$.

$$f(t(\alpha)) = f(\alpha) = 0 \Rightarrow t(\alpha) \in S$$

כמו כן $t(\alpha) \in K$ ולכן $t(\alpha) \in S$.

t מוסיף, יספיק, ולכן $t(S) = S$.

הפא, $t(K) \subset t(S) = S$, $a \in S = t(K)$.

3. כיוון e - $\bar{F} \subset K$, המרחב הוולגרי F כל
 4. $\bar{F}$ הוא תת-חבורה של K ויש לו מרחב וולגרי t
 5. F הוא תת-חבורה של $\bar{F}$ ויש לו מרחב וולגרי t
 6. $t(F) = \bar{F}$, t הוא איזומורפיזם
 7. F הוא תת-חבורה של $\bar{F}$ ויש לו מרחב וולגרי t

למשל

המשפט 3.2:

1. $a, b \in \bar{F}$ יקראו צמד F אם $a, b \in \bar{F}$
 2. t הוא איזומורפיזם בין F ל- $\bar{F}$
 3. $t(a) = b$

המרחב G_F הוא $G_{\bar{F}/F}$ ויש לו מרחב וולגרי F

1. a הוא צמד F אם $a \in \bar{F}$ ויש לו מרחב וולגרי t כך ש- $t(a) = b$
 2. $\bar{F}$ הוא תת-חבורה של K ויש לו מרחב וולגרי t
 3. $a \in \bar{F}$ ויש לו מרחב וולגרי t
 4. $\{ \sigma(a) \mid \sigma \in G_F \}$

1. $a, b \in \bar{F}$: TFAE

2. $a, b \in \bar{F}$ ויש לו מרחב וולגרי t

3. $a, b \in \bar{F}$ ויש לו מרחב וולגרי t כך ש- $t(a) = b$

4. $a, b \in \bar{F}$ ויש לו מרחב וולגרי t כך ש- $t(a) = b$

5. $a, b \in \bar{F}$ ויש לו מרחב וולגרי t כך ש- $t(a) = b$

הוכחה:

1. $a, b \in \bar{F}$ ויש לו מרחב וולגרי t : (1) $\Leftrightarrow$ (2)

2. $a, b \in \bar{F}$ ויש לו מרחב וולגרי t : (2) $\Leftrightarrow$ (3)

3. $a, b \in \bar{F}$ ויש לו מרחב וולגרי t : (3) $\Leftrightarrow$ (4)

4. $a, b \in \bar{F}$ ויש לו מרחב וולגרי t : (4) $\Leftrightarrow$ (5)

5. $a, b \in \bar{F}$ ויש לו מרחב וולגרי t : (5) $\Leftrightarrow$ (1)

למשל

$$t: F[a] \rightarrow F[b] \quad (3) \Leftrightarrow (1)$$

משקלים: $F[b] \in \bar{F}$, ולכן t הוא

שיכון של $F[a]$ בערך $\bar{F}$ מן F .

אזי, יש t תחבירי שאלוהים $\bar{F}$ של F .

לפי: $b = t(a) - t(a) = 0$, ולכן a, b צמודים.

משפט

הצורה

הצורה אלמנטרית K של F יקרא הצורה נורמלית.

של F (נורמלית מן F) אם קיימת שינוי הצורה:

לכל פולינום a -רייז $F[x]$ כך

אז K הוא מרחב ווקאלי מן K .

כאשר $[F:K]$ סגור, K היא הצורה נורמלית.

של F (זו הצורה הנורמלית) K היא צורה

סגורה של פולינום $F[x]$.

משפט: יהי K צורה תחבירית של F . TFAE:

א. K הצורה נורמלית של F

ב. K היא צורה סגורה מן F של קבוצת הסיווגים $\{u_i\}$

ג. לכל $G \in \mathcal{G}_F$, $K = G(u)$

ד. לכל $G \in \mathcal{G}_K$, $K = G(u)$

ה. לכל $a \in K$, $\exists$ הצמודים של a

מין F מן K .

נניח כי $\bar{F} \subset S'$. נסמן $\therefore S' = G_F \cdot S$

$$= \{ G(\alpha) \mid \alpha \in S, \beta \in G_F \}$$

$G \subset GF$ Gr $G(K) = K$ $\Rightarrow$ $\gamma \cap \gamma$ $K = F(S')$ $\gamma \cap K$

$$G(K) = F(G(S')) = F(\underset{G_F}{GG_F} \cdot S) = F(G_F \cdot S) = F(S')$$

18. א. הפרדה ב. קורא. ג. F המכונה S.

3- תכונה מיוחדת F בקצות סוגר
 4- מילה S

עבודת
הקול
F קול
5

המשפט $\bar{F} \supset E \supset F$ נכון

(וכן) E ו- F חוצים את S' ב- S

$E = 5 \text{ mV}$ $S = 7.5 \text{ G}$ $S \in S$ $S \in S$ $S \in S$

$$S' = G_E \cdot S \subset E \quad : \text{wiso}$$

$$\Rightarrow K = F(S') \subset E$$

שאלה: $F \subset K \subset \bar{F}$ חזקה F ו- K נורמליות על F ו- $\bar{F}$ נורמליות על K .
 תשובה: F ו- K נורמליות על F ו- $\bar{F}$ נורמליות על K .

51 התרחבה תורתו — א F תוצרת ת"ס א

12. 20/10/2020 F

$K = F(S)$ ע"פ $S \subset K$ — סיוע בלבד ע'י נוסחה

(5) sen סוס על א לנ (F) . זקן, תכרובת

קורטז - Fe תוצרת ח' 87 חט בל תוצרת

5.8

$$E = F(S') \quad , \quad S' = G_F \cdot S$$

0' (F-2) 2014 5/11 2010 15' -0 11/11

2000 5' of F L.N. 23123 6 00 00

F BN 010 3NN F(S') 1422

- (ניח) K הרחבה אלגברית של F (כלומר $K \subset F$)
 (צריך) גבורה (גורם) (הרחבה):

גבורה של האוטומורפיזמים

$$\Gamma_{K/F} = \{ \sigma \in \text{Aut}(K) \mid \sigma|_F = \text{id}_F \}$$

(דוגמה) $K = \mathbb{Q}[\sqrt{2}]$, $F = \mathbb{Q} \Rightarrow \Gamma_{K/F} = \{1\}$

עצם השדה - K $\Gamma_{K/F}$: צריך

$$K^{\Gamma_{K/F}} = \{ \alpha \in K \mid \sigma(\alpha) = \alpha \quad \forall \sigma \in \Gamma_{K/F} \} \supset F$$

 כל $\Gamma_{K/F}$ כולל K

- לכל $\alpha \in F$ $\sigma(\alpha) = \alpha$