

3.5.11

ד'אנאנ'ה ד'אקאנ'ה - ג'אנ'ה

$$\frac{5/2 \cdot 3/4}{5/2 \cdot 3/4} = \frac{5/2 \cdot 3/4}{5/2 \cdot 3/4} = 1$$

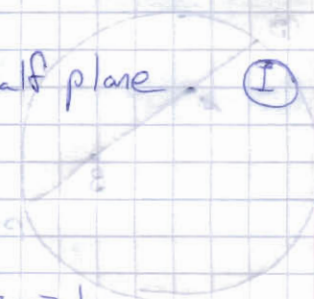
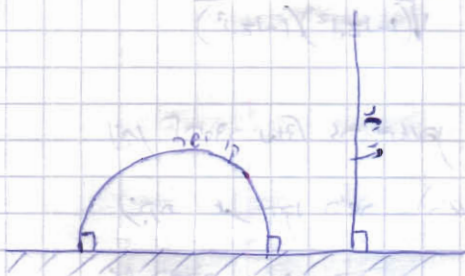
ה'אנאנ'ה ד'אקאנ'ה ד'אנ'ה

$$H = \{z \mid \text{Im}(z) > 0\}$$

upper half plane (I)

$$ds^2 = \frac{dx^2 + dy^2}{y^2}$$

$$\sinh \rho_H(z_1, z_2) = \frac{2|z_1 - z_2|}{2\sqrt{\text{Im}(z_1)}\sqrt{\text{Im}(z_2)}}$$

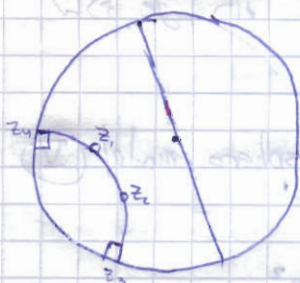


$$\Delta = I = \{z \mid |z| < 1\}$$

Poincaré disk model (II)

$$ds^2 = \frac{4(dx^2 + dy^2)}{(1 - x^2 - y^2)^2}$$

$$\rho_\Delta(z_1, z_2) = \ln(D(z_1, z_2, z_0, z_1))$$



$$\mathbb{W}^+ \equiv \mathbb{L} \equiv \{p = (x, y, z) \mid B(p, p) = -1\}$$

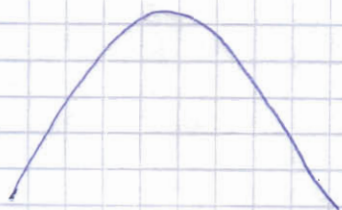
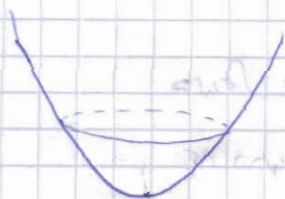
$$B(p_1, p_2) = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$$

Hyperboloid (III)

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 - dz^2$$

$$\cosh(\rho_H(z_1, z_2)) = B(z_1, z_2)$$

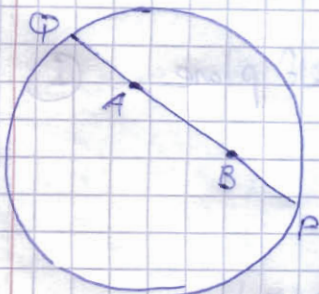
ה'אנאנ'ה ד'אקאנ'ה ד'אנ'ה
ד'אנ'ה ד'אנ'ה ד'אנ'ה



$$K = \{z \mid |z| < 1\}$$

Klein (Poincaré) model (IV)

$$ds^2 = \frac{dx^2 + dy^2}{1 - x^2 - y^2} + \frac{(x dx + y dy)^2}{(1 - x^2 - y^2)^2}$$



$$\cosh(p_K(z_1, z_2)) = \frac{1 - z_1 \bar{z}_2}{\sqrt{(1 - |z_1|^2)(1 - |z_2|^2)}}$$

המרחק בין שני נקודות A, B במרחב היפרבולי הוא המרחק בין הנקודות A, B במרחב היפרבולי. המרחק בין שני נקודות P, Q במרחב היפרבולי הוא המרחק בין הנקודות P, Q במרחב היפרבולי.

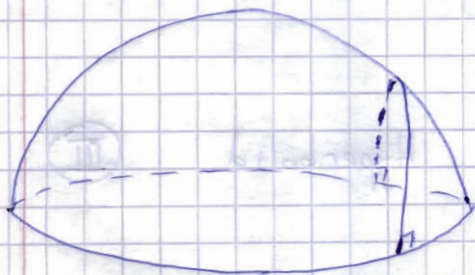
$$d_K(AB) = \left| \ln \frac{|AP||BQ|}{|BP||AQ|} \right|$$

המרחק בין שני נקודות A, B במרחב היפרבולי הוא המרחק בין הנקודות A, B במרחב היפרבולי. המרחק בין שני נקודות P, Q במרחב היפרבולי הוא המרחק בין הנקודות P, Q במרחב היפרבולי.

$$J = \{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1, x_3 > 0\}$$

Hemisphere model (V)

$$ds^2 = \frac{dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2}{x_3^2}$$



$$\cosh(p(z_1, z_2)) =$$

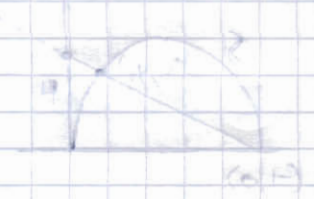
המרחק בין שני נקודות A, B במרחב היפרבולי הוא המרחק בין הנקודות A, B במרחב היפרבולי. המרחק בין שני נקודות P, Q במרחב היפרבולי הוא המרחק בין הנקודות P, Q במרחב היפרבולי.

המרחק בין שני נקודות A, B במרחב היפרבולי הוא המרחק בין הנקודות A, B במרחב היפרבולי.

הפסדו של המרחב (Pseudosphere) The pseudosphere

הפסדו של המרחב (Pseudosphere) הוא מרחב גאומטרי המוגדר על ידי המרחק המינימלי בין נקודה אחת למישור. המרחב הזה הוא מרחב גאומטרי המוגדר על ידי המרחק המינימלי בין נקודה אחת למישור. המרחב הזה הוא מרחב גאומטרי המוגדר על ידי המרחק המינימלי בין נקודה אחת למישור.

הפסדו של המרחב (Pseudosphere) הוא מרחב גאומטרי המוגדר על ידי המרחק המינימלי בין נקודה אחת למישור. המרחב הזה הוא מרחב גאומטרי המוגדר על ידי המרחק המינימלי בין נקודה אחת למישור. המרחב הזה הוא מרחב גאומטרי המוגדר על ידי המרחק המינימלי בין נקודה אחת למישור.



הפסדו של המרחב (Pseudosphere) הוא מרחב גאומטרי המוגדר על ידי המרחק המינימלי בין נקודה אחת למישור. המרחב הזה הוא מרחב גאומטרי המוגדר על ידי המרחק המינימלי בין נקודה אחת למישור. המרחב הזה הוא מרחב גאומטרי המוגדר על ידי המרחק המינימלי בין נקודה אחת למישור.

הפסדו של המרחב (Pseudosphere) הוא מרחב גאומטרי המוגדר על ידי המרחק המינימלי בין נקודה אחת למישור. המרחב הזה הוא מרחב גאומטרי המוגדר על ידי המרחק המינימלי בין נקודה אחת למישור. המרחב הזה הוא מרחב גאומטרי המוגדר על ידי המרחק המינימלי בין נקודה אחת למישור.

$$H = \{(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n+1}) \mid x_{n+1} > 0\}, \quad ds^2 = \frac{\sum_{i=1}^n dx_i^2}{x_{n+1}^2}$$

$$\Delta = I = \{(x_1, x_2, \dots, x_n, 0) \mid x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 < 1\}, \quad ds^2 = \frac{4 \sum_{i=1}^n dx_i^2}{(1 - \sum_{i=1}^n x_i^2)^2}$$

$$J = \{(x_1, \dots, x_{n+1}) \mid x_1^2 + \dots + x_{n+1}^2 = 1, x_{n+1} > 0\}, \quad ds^2 = \frac{\sum_{i=1}^n dx_i^2}{x_{n+1}^2}$$

$$K = \{(x_1, \dots, x_n, 1) \mid x_1^2 + \dots + x_n^2 < 1\}, \quad ds^2 = \frac{\sum_{i=1}^n dx_i^2}{(1 - \sum_{i=1}^n x_i^2)} + \frac{\sum_{i=1}^n x_i dx_i^2}{(1 - \sum_{i=1}^n x_i^2)^2}$$

$$L = \{(x_1, \dots, x_{n+1}) \mid x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 - x_{n+1}^2 = 1, x_{n+1} > 0\}, \quad ds^2 = \sum_{i=1}^n dx_i^2 - dx_{n+1}^2$$

כדי לחסוך זמן, יש להשתמש בשיטות פשוטות.

אנטיגן (חלבון, גלוקיד). כולל פחמימה ו-6 חומרים חלבונים.

כמה שאלות, ואלה הן כל הבעיות של היום, הן:

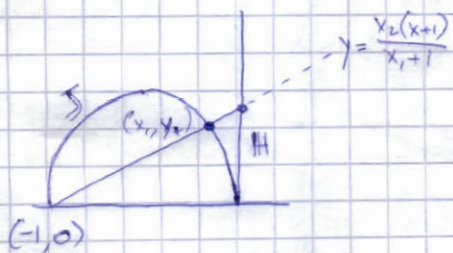
[illegible]

ה'תשנ"ח, י"ב כסלו, תשנ"ח (1997, 12/10/97).

ישנם מס' רבואה שונים סמל'סמירה (נתן, רמאם אס מס אסס אסס).

$$\alpha: J \rightarrow H$$

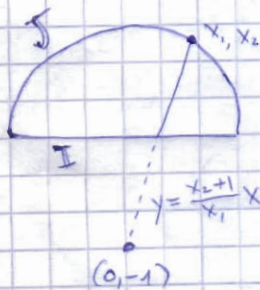
$$\alpha(x_1, \dots, x_{n+1}) = \left(1, \frac{2x_2}{x_1+1}, \dots, \frac{2x_{n+1}}{x_1+1} \right) \quad (k)$$



צורה האלה סטריאליזציה מה"קרב האנושי"
של החיטופים (התקווה (ס, 1-)).

$$\beta: \mathcal{Y} \rightarrow I$$

$$p(x_1, \dots, x_{n+1}) = \left(\frac{x_1}{x_{n+1}+1}, \frac{x_2}{x_{n+1}+1}, \dots, \right)$$

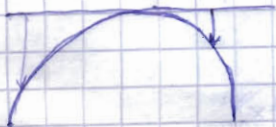


האלף ה-10 אלף סדרות (1, -1, 0)

(הקשר בין המספרים)

$$\gamma: \mathbb{K} \rightarrow J$$

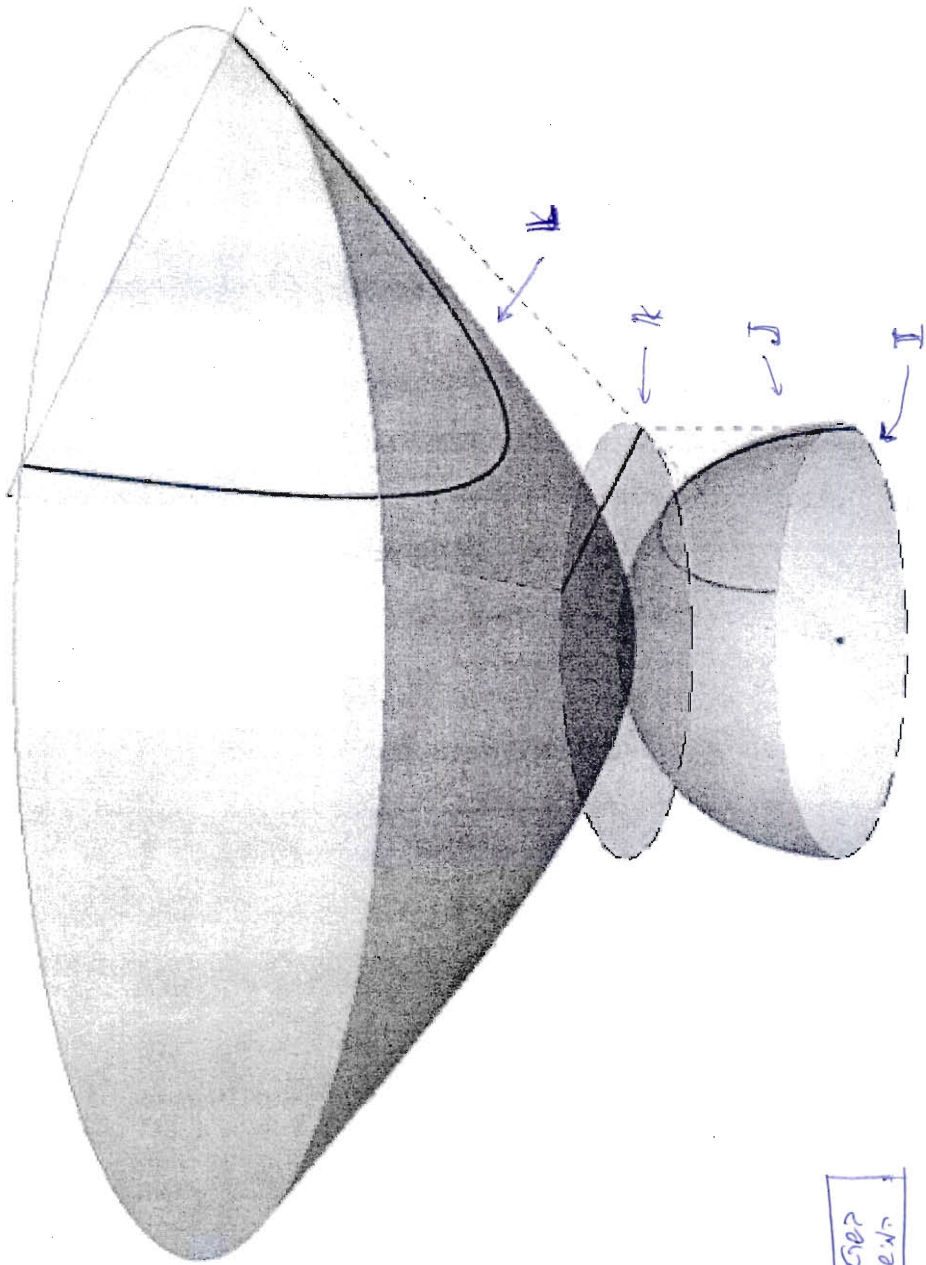
$$f(x_1, \dots, x_n, 1) = (x_1, \dots, x_n, \sqrt{1 - x_1^2 - \dots - x_n^2})$$



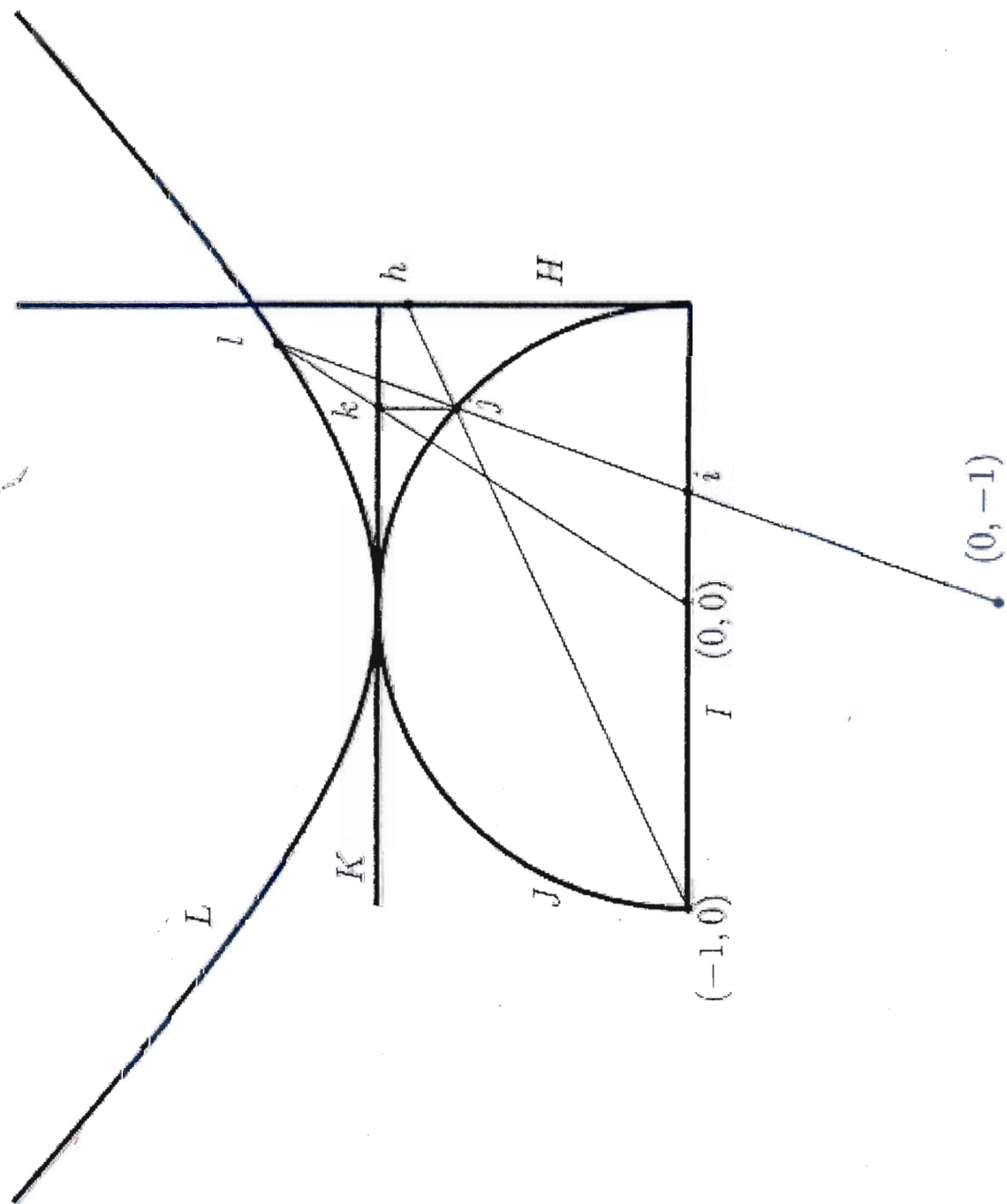
3. סוגי הסלסוב והכריכה, פס נקודת הסלסוב 6 נקודות

2. $\frac{d}{dx} \log(x^2 + 1) = \frac{2x}{x^2 + 1}$

כך שיהיה אהבה וחסד.



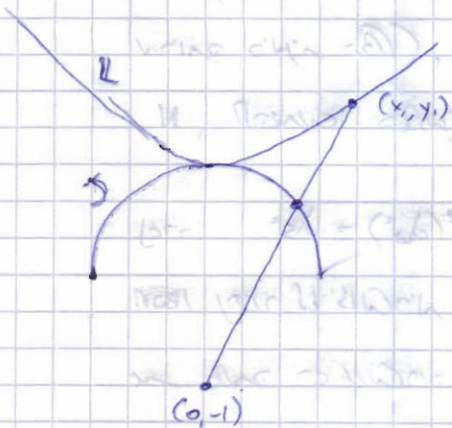
1. 2. 3. 4.
 5. 6. 7. 8.
 9. 10. 11. 12.



$$\delta: \mathbb{L} \rightarrow \mathbb{J}$$

3

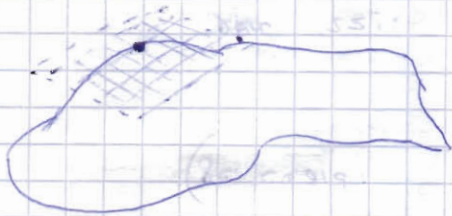
$$\delta(x_1, \dots, x_{n+1}) = \left(\frac{x_1}{x_{n+1}}, \frac{x_2}{x_{n+1}}, \dots, \frac{x_n}{x_{n+1}}, \frac{1}{x_{n+1}} \right)$$



זהו אפוא קו חלקי של המעגל הסגור הקטן

(0, -1) ("נקודת היציאה")

היננו מחפשים את δ של α (ניתן לראות שיש לנו את δ של α באתר האינטרנט). כמו כן, נרצה למצוא את δ של α (אם α הוא מסלול סגור, אז δ של α הוא נקודת היציאה של α).
 שיהיה α מסלול סגור. נרצה למצוא את δ של α .



אינטגרל של α יחיד

נרצה למצוא את δ של α (אם α הוא מסלול סגור, אז δ של α הוא נקודת היציאה של α).

אם α הוא מסלול סגור, אז δ של α הוא נקודת היציאה של α .

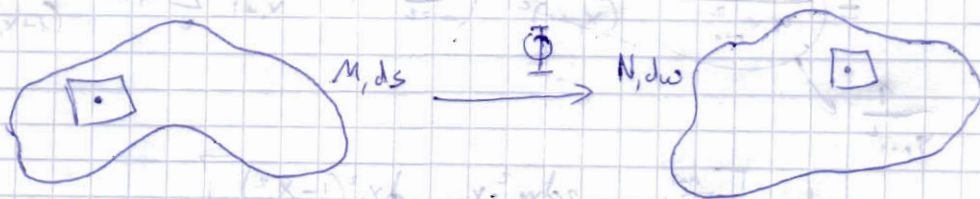
אם α הוא מסלול סגור, אז δ של α הוא נקודת היציאה של α .

$$\text{length}(\alpha) = \int \|\dot{\alpha}\| \quad d(x, y) = \inf \text{length}(\alpha)$$

אם α הוא מסלול סגור, אז δ של α הוא נקודת היציאה של α .

אם α הוא מסלול סגור, אז δ של α הוא נקודת היציאה של α .

אם α הוא מסלול סגור, אז δ של α הוא נקודת היציאה של α .



הם איתנו יבואו לפעם "שנים אחדות" של אותו דיפרנציאל.

ביתן אחרת של הבעיה היא, נבחר נקודה באוקטב (או

אחרת) (x, y) , ואז Φ היא פונקציה $\Phi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$

N , והפונקציה האוקטב Φ היא פונקציה $\Phi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$\forall v_1, v_2 \in M: \langle v_1, v_2 \rangle = \langle d\Phi(v_1), d\Phi(v_2) \rangle$$

לפיכך $f^*(d\omega^2) = d\omega^2$ מה שנקרא pull-back, כלומר הפונקציה f היא איזומורפיזם של N אל M .

אם ניקח נקודה כלשהי $p \in \mathbb{R}^2$ ונבחר נקודה אחרת, נקרא

היא פונקציה $\Phi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ מה שנקרא Φ היא פונקציה

עבור נקודה α (שהיא נקודה) היא פונקציה

$$\alpha^*(ds_{\mathbb{H}}^2) = ds_{\mathbb{H}}^2$$

$$\alpha(x_1, \dots, x_{n+1}) = \left(1, \frac{2x_1}{x_1+1}, \dots, \frac{2x_{n+1}}{x_1+1} \right)$$

היא פונקציה $\alpha: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ מה שנקרא α היא פונקציה

$$dy_i = \frac{2}{1+x_1} \left(dx_i - \frac{x_i}{x_1+1} dx_1 \right)$$

$$\left(dy_i = \frac{\partial y_i}{\partial x_1} dx_1, \dots, \frac{\partial y_i}{\partial x_n} dx_n \right)$$

היא פונקציה $\alpha: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ מה שנקרא α היא פונקציה

$$x_1^2 + \dots + x_{n+1}^2 = 1 - x_1^2$$

$$x_1 dx_1 = -(x_2 dx_2 + \dots + x_{n+1} dx_{n+1})$$

היא פונקציה $\alpha: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ מה שנקרא α היא פונקציה

$$\alpha^*(ds_{\mathbb{H}}^2) = \frac{dy_1^2 + \dots + dy_{n+1}^2}{y_{n+1}^2}$$

$$= \frac{(x_1+1)^2}{4x_{n+1}^2} \cdot \frac{4}{(x_1+1)^2} \cdot \left(\sum_{i=2}^{n+1} dx_i^2 - \frac{2dx_1}{x_1+1} \sum_{i=2}^{n+1} x_i dx_i + \frac{dx_1^2}{(1+x_1)^2} \sum_{i=2}^{n+1} x_i^2 \right)$$

$$\frac{1}{y_{n+1}^2}$$

$$= \frac{1}{y_{n+1}^2} \left[\sum_{i=2}^{n+1} dx_i^2 + \frac{2dx_1^2 \cdot x_i}{x_1+1} + \frac{dx_1^2(1-x_1^2)}{(x_1+1)^2} \right]$$

$$= \frac{1}{(x_1+1)^2} \sum_{i=1}^{n+1} dx_i^2 = ds_{\mathbb{H}}^2$$

$$PSL(2, \mathbb{R}) \cong PSU(1, 1) \cong SO(2, 1)$$

הקשר:

$$\left[\begin{array}{ccc} \text{III} & \text{III} & \text{III} \\ Iso^+(\mathbb{H}) & Iso^+(\Delta) & Iso^+(\mathbb{L}) \\ \text{המרחב היפרבולי} & \text{המרחב האוקלידי} & \text{המרחב הליניארי} \end{array} \right]$$

האינטרס שלנו הוא "3" המקרה, כלומר יש לנו קשר בין המרחב האוקלידי למרחב הליניארי.

אנחנו נראה כי המרחב האוקלידי הוא למעשה המרחב הליניארי.

הקשר:

$$(1) \text{ היקף של מעגל היפרבולי ברדיוס } p \text{ הוא } 2\pi \sinh(p)$$

$$(2) \text{ שטח של מעגל היפרבולי ברדיוס } p \text{ הוא } 4\pi \sinh^2\left(\frac{p}{2}\right)$$

הוכחה:

(1) נראה שיש לנו את המרחב הליניארי. ניקח למקרה של מעגל היפרבולי.



ואם ניקח את המרחב האוקלידי.

המרחב האוקלידי הוא למעשה המרחב הליניארי. ניקח למקרה של מעגל האוקלידי.

$$p = \int_{t=0}^x \frac{2dt}{1-t^2} = \ln\left(\frac{1+t}{1-t}\right) \Big|_0^x = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

$$x = \tanh\left(\frac{p}{2}\right) \text{ : אם } x \text{ הוא המרחב האוקלידי}$$

אנחנו נראה כי המרחב האוקלידי הוא למעשה המרחב הליניארי. ניקח למקרה של מעגל האוקלידי.

$$p_{\text{area}} = \int_0^{2\pi} \int_0^1 \frac{2\sqrt{1-x^2-y^2}}{1-x^2-y^2} dt dx dy$$

$$\begin{array}{l} \text{אם } r \text{ הוא המרחב האוקלידי} \\ \text{אם } t \text{ הוא המרחב האוקלידי} \\ x(t) = \tanh\left(\frac{p}{2}\right) \cos t \\ y(t) = \tanh\left(\frac{p}{2}\right) \sin t \end{array}$$

$$1-x^2-y^2 = 1 - \tanh^2\left(\frac{p}{2}\right) = \frac{2e^r}{(e^r+1)^2}$$

$$\sqrt{dx^2+dy^2} = \tanh\left(\frac{p}{2}\right) = \frac{e^r-1}{e^r+1}$$

אם r הוא המרחב האוקלידי
אם t הוא המרחב האוקלידי
אם p הוא המרחב האוקלידי

$$= 2\pi \frac{2e^r-1}{e^r+1} = 2\pi \sinh(p)$$

: אם p הוא המרחב האוקלידי

המשפט: $\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{L(p)}{A(p)} = 1$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{L(p)}{A(p)} = 1$$

המשפט: $\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{L(p)}{A(p)} = 1$

המשפט: $\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{L(p)}{A(p)} = 1$

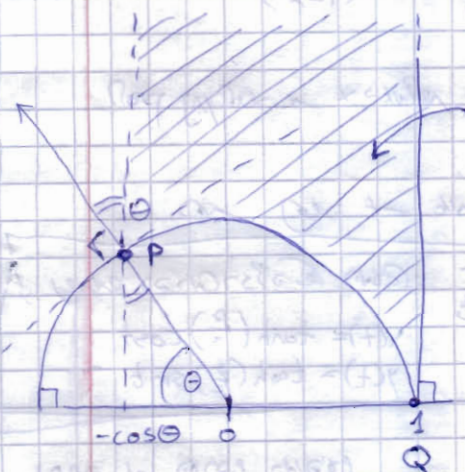
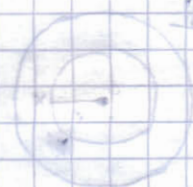
$$\text{Area}(\triangle ABC) = \pi - (\alpha + \beta + \gamma)$$

(המשפט: $\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{L(p)}{A(p)} = 1$)

Angle of Parallelism (Lobachevsky's thm)



המשפט: $\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{L(p)}{A(p)} = 1$



המשפט: $\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{L(p)}{A(p)} = 1$

$$\text{Area}(PQR) = \int_{-\cos \theta}^1 \int_{\sqrt{1-x^2}}^{\infty} \frac{dx dy}{y^2} = \int_{-\cos \theta}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

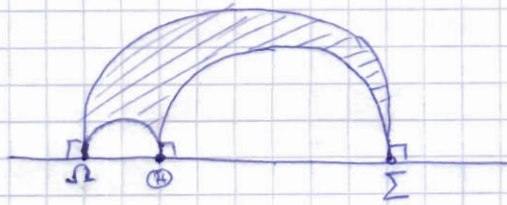
$$= \arcsin(x) \Big|_{-\cos \theta}^1 = \pi - \theta$$

המשפט: $\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{L(p)}{A(p)} = 1$

דוגמה 2: שטח הקטקטס בא'א'

נניח שיש לנו קטקטס $\Delta \Omega \oplus \Sigma$ על $\mathbb{R}^2$.

השטח $\Delta \Omega \oplus \Sigma$ מוגדר על ידי:



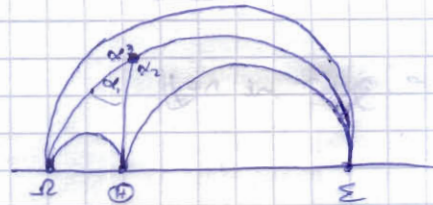
הקטקטס P הוא הנקודה המרכזית של הקטקטס.

השטח $\Delta \Omega \oplus \Sigma$ הוא שטח הקטקטס P (הנקודה המרכזית של הקטקטס).

השטח $\Delta \Omega \oplus \Sigma$ הוא שטח הקטקטס P (הנקודה המרכזית של הקטקטס).

השטח $\Delta \Omega \oplus \Sigma$ הוא שטח הקטקטס P (הנקודה המרכזית של הקטקטס).

השטח $\Delta \Omega \oplus \Sigma$ הוא שטח הקטקטס P (הנקודה המרכזית של הקטקטס).



$$\text{Area}(\Delta \Omega \oplus \Sigma) = (\pi - \alpha_1) + (\pi - \alpha_2) + (\pi - \alpha_3)$$

$$= 3\pi - (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) = \pi$$

לכן, שטח הקטקטס P הוא π .
השטח $\Delta \Omega \oplus \Sigma$ הוא שטח הקטקטס P (הנקודה המרכזית של הקטקטס).

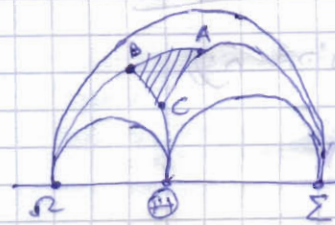
דוגמה 3: שטח הקטקטס בא'א'

נניח שיש לנו קטקטס $\Delta \Omega \oplus \Sigma$ על $\mathbb{R}^2$.

השטח $\Delta \Omega \oplus \Sigma$ הוא שטח הקטקטס P (הנקודה המרכזית של הקטקטס).

השטח $\Delta \Omega \oplus \Sigma$ הוא שטח הקטקטס P (הנקודה המרכזית של הקטקטס).

השטח $\Delta \Omega \oplus \Sigma$ הוא שטח הקטקטס P (הנקודה המרכזית של הקטקטס).



$$\text{Area}(\Delta ABC) = |\Delta \Sigma \oplus \Omega| - |\Delta A \Sigma \Omega| - |\Delta B \Omega \Sigma| - |\Delta C \Omega \Sigma|$$

$$= \pi - (\pi - (\pi - \alpha)) - (\pi - (\pi - \beta)) - (\pi - (\pi - \gamma))$$

$$= \pi - (\alpha + \beta + \gamma)$$

□

דוגמה 4: Gauss-Bonnet

$$\int_M K dA + \int_{\partial M} K_g ds = 2\pi \chi(M)$$

השטח $\Delta \Omega \oplus \Sigma$ הוא שטח הקטקטס P (הנקודה המרכזית של הקטקטס).

Angle of Parallelism

הזווית בין הירידה לבין הסימטרלה

הזווית בין הירידה לבין הסימטרלה

הזווית בין הירידה לבין הסימטרלה

הזווית בין הירידה לבין הסימטרלה

הזווית בין הירידה לבין הסימטרלה

הזווית בין הירידה לבין הסימטרלה

$$1) \sinh(b) \tanh(\alpha) = 1$$

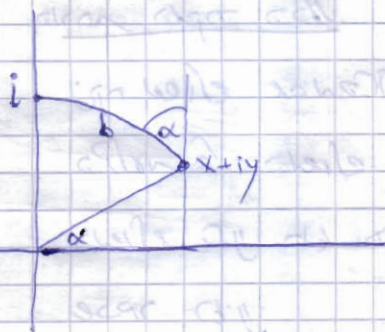
$$2) \cosh(b) \sinh(\alpha) = 1$$

$$3) \tanh(b) \sec(\alpha) = 1$$

$$4) e^{-b} = \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

הזווית בין הירידה לבין הסימטרלה

הזווית בין הירידה לבין הסימטרלה



$$V_a = x+iy$$

$$V_b = \infty$$

$$V_c = i$$

הזווית בין הירידה לבין הסימטרלה

הזווית בין הירידה לבין הסימטרלה

$$\cosh(b) = \cosh(\rho_H(i, x+iy))$$

$$= 1 + \frac{|1 - (x+iy)|^2}{2 \operatorname{Im}(i) \operatorname{Im}(x+iy)} = 1 + \frac{2(1 - \sin \alpha)}{2 \sin \alpha}$$

$$= \frac{1}{\sin \alpha}$$

הזווית בין הירידה לבין הסימטרלה

הזווית בין הירידה לבין הסימטרלה

סימן עזר א האלמנטים היחידים, והמשפט של תולס האומר א תורם.

במשפט היסודי האמריקני נוסף מושג לבחינתו. האפשרות הן:

א. תורת ציפוקס $ISO(H)$ - לאור חוקי לג' שילוק

ב. תורת הסימנים. (אפשרות האחרת)

נזכר א ב קט

ג. האלמנטים היחידים והאלמנטים סופיים - חוקי האלמנטים האחרים

ד. תורת החסם והקשר של האלמנטים היחידים

3. האמרה האלמנטים ציפוקס - לאור ציפוקס א חסם האמון

א פה נוסף ידע.

תוצאות

למשל האפשרות הראשונה והאחרונה (פסל ברוב המקרים) הן:

אפשרות שיש אחר א אחר אחרים. האלמנטים היחידים האחרים

סופיים והם חסמים.