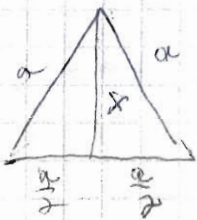


הצגה



$$X = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

הוכחה לגורם אדום - 4 נוסחה

$$\cos a = \cos \frac{a}{2} \cos X + \sin \frac{a}{2} \sin X \cos \frac{1}{2}$$

$$\cos X = \frac{\cos a}{\cos \frac{a}{2}}$$

$$\Rightarrow \cos a = \cos \frac{a}{2} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (*)$$

הוכחה נוספת: נניח שיש לנו שני וקטורים u ו- v באותו מרחב וקטורי. נגדיר $a = |u|$ ו- $b = |v|$. נרצה להוכיח את הנוסחה:

$$\begin{aligned} \cos a &= 1 - \frac{a^2}{2} + \frac{a^4}{24} - \dots \\ \cos \frac{a}{2} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} &= \left(1 - \frac{a^2}{8} + \frac{a^4}{16 \cdot 4!} - \dots\right) \left(1 - \frac{3a^2}{8} + \frac{9a^4}{16 \cdot 4!} - \dots\right) = \\ &= 1 - \frac{a^2}{2} + \frac{10a^4}{16 \cdot 4!} + \frac{3a^4}{64} + \dots = 1 - \frac{a^2}{2} + \frac{28a^4}{384} + \dots \end{aligned}$$

הוכחה נוספת: נניח שיש לנו שני וקטורים u ו- v באותו מרחב וקטורי. נגדיר $a = |u|$ ו- $b = |v|$. נרצה להוכיח את הנוסחה:

הוכחה נוספת: נניח שיש לנו שני וקטורים u ו- v באותו מרחב וקטורי. נגדיר $a = |u|$ ו- $b = |v|$. נרצה להוכיח את הנוסחה:

4 נוסחה 15.3.11

$$\cos a = \cos b \cos c \quad \text{? הוכחה נוספת}$$

הוכחה נוספת: נניח שיש לנו שני וקטורים u ו- v באותו מרחב וקטורי. נגדיר $a = |u|$ ו- $b = |v|$. נרצה להוכיח את הנוסחה:

$$\begin{cases} OA' \perp OB \\ OA' \perp OC \\ \angle GA, OA' > 70 \end{cases} \quad \begin{cases} OB' \perp OA \\ OB' \perp OC \\ \angle OB, OB' > 70 \end{cases} \quad \begin{cases} OC' \perp OA \\ OC' \perp OB \\ \angle OC, OC' > 70 \end{cases}$$

הוכחה נוספת: נניח שיש לנו שני וקטורים u ו- v באותו מרחב וקטורי. נגדיר $a = |u|$ ו- $b = |v|$. נרצה להוכיח את הנוסחה:

$$X = r \sin \theta \cos \phi \quad Y = r \sin \theta \sin \phi \quad Z = r \cos \theta$$

הוכחה נוספת: נניח שיש לנו שני וקטורים u ו- v באותו מרחב וקטורי. נגדיר $a = |u|$ ו- $b = |v|$. נרצה להוכיח את הנוסחה:

הוכחה נוספת: נניח שיש לנו שני וקטורים u ו- v באותו מרחב וקטורי. נגדיר $a = |u|$ ו- $b = |v|$. נרצה להוכיח את הנוסחה:

$$\begin{aligned} \text{length}(\sigma) &= \int_0^1 |\sigma'(t)| dt = \int_0^1 \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2 + z'(t)^2} dt = \\ &= \int_0^1 \sqrt{\dot{\theta}^2 + \sin^2 \theta \dot{\phi}^2} dt = \int_0^1 \sqrt{\dot{\theta}^2} dt = |\theta(1) - \theta(0)| \end{aligned}$$

$r=1$

$$\theta(t) = \text{const} \iff \theta'(t) = 0 \iff \text{הקוון מילרד נ"ל}$$



$$\text{הקוון מילרד נ"ל} \iff \theta = 0$$

$$(2) \quad d(A, B) = \arccos(A \cdot B) \quad \text{הקוון מילרד נ"ל}$$

$$S^2 \text{ הומוג'ן ולינארית}$$

(3) $U_8 \text{ Iso}(S^2)$ הומוג'ן ולינארית

הומוג'ן ולינארית $f(0) = 0$ הומוג'ן ולינארית $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ הומוג'ן ולינארית

הומוג'ן ולינארית $f|_S$

$f(S^2) = S^2$ הומוג'ן ולינארית $f(0) = 0$ הומוג'ן ולינארית $f|_S$

הומוג'ן ולינארית $f|_S$ (2) הומוג'ן ולינארית $f|_S$ הומוג'ן ולינארית $f|_S$

הומוג'ן ולינארית $\tilde{f}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ הומוג'ן ולינארית $f: S^2 \rightarrow S^2$ הומוג'ן ולינארית

$$\tilde{f}|_S = f \implies \tilde{f}(0) = 0$$

$$\tilde{f}(x) = \begin{cases} 0 & x=0 \\ \frac{1}{\|x\|} f\left(\frac{x}{\|x\|}\right) & x \neq 0 \end{cases} \quad \text{הקוון מילרד נ"ל}$$

הומוג'ן ולינארית $\tilde{f}$ הומוג'ן ולינארית $\tilde{f}$

$$\langle \tilde{f}(x), \tilde{f}(y) \rangle = \|x\| \|y\| \langle f\left(\frac{x}{\|x\|}\right), f\left(\frac{y}{\|y\|}\right) \rangle = \langle x, y \rangle$$

$$\tilde{f} \text{ הומוג'ן ולינארית} \implies \langle \tilde{f}(x), \tilde{f}(y) \rangle = \langle x, y \rangle$$

הומוג'ן ולינארית



הומוג'ן ולינארית $\tilde{f}$ הומוג'ן ולינארית $\tilde{f}$

$$\text{Iso}(S^2) \cong O(3) \quad \text{הקוון מילרד נ"ל}$$

הומוג'ן ולינארית $\tilde{f}$ הומוג'ן ולינארית $\tilde{f}$

הומוג'ן ולינארית $\tilde{f}$ הומוג'ן ולינארית $\tilde{f}$

הומוג'ן ולינארית $\tilde{f}$ הומוג'ן ולינארית $\tilde{f}$

$$\left(\sum_{i=1}^n \alpha_i x_i = 0 \implies \sum_{i=1}^n \alpha_i = 0 \right) \quad \text{הקוון מילרד נ"ל}$$

$$f = Id \iff \text{הקוון מילרד נ"ל}$$

הומוג'ן ולינארית f הומוג'ן ולינארית f

הומוג'ן ולינארית f הומוג'ן ולינארית f

הומוג'ן ולינארית f הומוג'ן ולינארית f

הומוג'ן ולינארית f הומוג'ן ולינארית f

הומוג'ן ולינארית f הומוג'ן ולינארית f

$$\exists v \in S^2 \text{ s.t. } f(v) = A \cdot v = w \iff \text{rank}(A) \geq 2 \iff \det(XI - A) = 0$$

$$\mu = -1 \text{ - e } \mu \text{ זכור}$$

$$f(H) = H \text{ - e } \text{ אם } f \text{ חופשי} \quad H = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid \langle x, v \rangle = 0\} \text{ - p}$$

אם f חופשי אז $H = f^{-1}(0)$ הוא תת-חלל ליניארי. $\vec{v}$

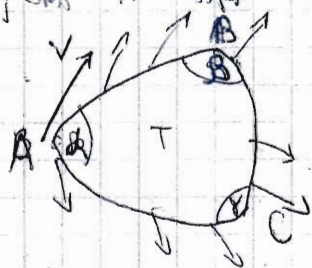


Holonomy transport

התהליך של γ_{AB} הוא תהליך של תחבורה פאראלילית. γ_{AB} הוא תהליך של תחבורה פאראלילית.

$$\gamma_T = \gamma_{CA} \circ \gamma_{BC} \circ \gamma_{AB} \quad \text{אם}$$

אם γ הוא תהליך של תחבורה פאראלילית, אז $\gamma_T(V)$ הוא תהליך של תחבורה פאראלילית.



$$\gamma_{AB}(v) = \gamma_{BC}(\gamma_{AB}(v)) = \gamma_{CA}(\gamma_{BC}(\gamma_{AB}(v))) = \gamma_T(v)$$

$$\gamma_T(v) = \gamma_{CA}(\gamma_{BC}(\gamma_{AB}(v))) = \gamma_{AB}(\gamma_{BC}(\gamma_{CA}(\gamma_T(v)))) = \gamma_T(v)$$

$$\gamma_\alpha = \lim_{i \rightarrow \infty} \gamma_{p_i}$$

התהליך של γ_α הוא תהליך של תחבורה פאראלילית.

התהליך של γ_α הוא תהליך של תחבורה פאראלילית.

התהליך של γ_α הוא תהליך של תחבורה פאראלילית.

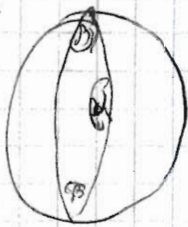
התהליך של γ_α הוא תהליך של תחבורה פאראלילית.

התהליך של γ_α הוא תהליך של תחבורה פאראלילית.

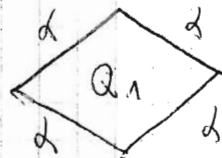
התהליך של γ_α הוא תהליך של תחבורה פאראלילית.

התהליך של γ_α הוא תהליך של תחבורה פאראלילית.

התהליך של γ_α הוא תהליך של תחבורה פאראלילית.



$2\beta + \alpha - \pi = 2\beta$
 $d < \pi$



Area $Q_1 > 0$

$Ta \in G$

(g) $\dots$
 $\dots$

$SO(3)$
 $SO(2) \cong U(1) \leftarrow$
 $e^{i\theta} \rightarrow \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$

(...)

$\mathbb{R}^2 \cong \mathbb{C}$

$\mathbb{R}^2 \cong \mathbb{C}$

$R_\theta \rightarrow e^{i\theta} \in U(1)$

$z, z' \in \mathbb{C} \quad z' = R_\theta(z) \iff z' = e^{i\theta} z$

$SO(3)$

$SO(2)$
 $U(1) \cong S^1$
 $\mathbb{C} \cong \mathbb{R}^2$
 $\dim 2$

S^3
 $U(1)$
 $\mathbb{H}$
 $\dim 3$

$(\mathbb{R}P^3 \cong) S^3 / \pm 1 \cong SO(3)$

S^3

$\mathbb{H} = \{a + bi + cj + dk \mid a, b, c, d \in \mathbb{R}\}$

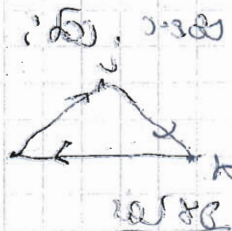
$\mathbb{H} \times \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{H}$

$ij = -ji = k$

$jk = -kj = i$

$ki = -ik = j$

$i^2 = j^2 = k^2 = -1$



$\dots$

$$\bar{p} = a - bi - cj - dk$$

הצגת וקטור

הצגת וקטור

$$|q|^2 = \langle q, \bar{q} \rangle = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$$

הצגת וקטור

הצגת וקטור - הצגת וקטור

$$q = a + bi + cj + dk = \alpha + \beta j \rightarrow A(q) = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha \end{pmatrix}$$

$$\alpha = a + bi$$

$$\beta = c + di$$

$$\det(A(q)) = |q|^2$$

הצגת וקטור

הצגת וקטור

הצגת וקטור

הצגת וקטור

$$A(q_1 \cdot q_2) = A(q_1) A(q_2)$$

הצגת וקטור

הצגת וקטור

הצגת וקטור - הצגת וקטור

$$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A(i) = \begin{pmatrix} i & 1 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$$

$$A(j) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A(k) = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

הצגת וקטור

$$|q_1 q_2| = |q_1| |q_2|$$

הצגת וקטור

הצגת וקטור

$$A(\bar{q}) = \begin{pmatrix} \bar{\alpha} & -\beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} = \overline{A(q)}^t$$

הצגת וקטור

הצגת וקטור

הצגת וקטור

$$\overline{q_1 q_2} = \bar{q}_2 \bar{q}_1$$

הצגת וקטור

הצגת וקטור

$$\overline{A(q_1 q_2)} = \overline{A(q_1) A(q_2)}^t = \overline{A(q_1)}^t \overline{A(q_2)}^t = \overline{A(q_2)}^t \overline{A(q_1)}^t = A(\bar{q}_2) A(\bar{q}_1)$$

$$= A(\bar{q}_2 \bar{q}_1)$$

$$\overline{q_1 q_2} = \bar{q}_2 \bar{q}_1$$

$$q q^{-1} = q^{-1} q = 1 \Leftrightarrow q^{-1} \in H \text{ אם } q \in H \text{ ו-} q \neq 0$$

הצגת וקטור

$$q^{-1} = \frac{\bar{q}}{|q|^2}$$

הצגת וקטור

הצגת וקטור

$$H_1 = \{q \in H \mid |q| = 1\}$$

$$\cong \{(\alpha, \beta, \gamma, \delta) \mid \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = 1\}$$

$$\cong S^3 \subset \mathbb{R}^4$$

$$H_0 = \{x \in H \mid \bar{x} = -x\} = \{bi + cj + dk\} \cong \mathbb{R}^3 \subset \mathbb{R}^4 \cong H$$

הצגת וקטור

$\alpha_q(x) = q \times q^{-1}$ $\alpha_q: H_0 \rightarrow H_0$ ב'שם $q \in H_1$ כח העתקה

$\det \alpha_q = 1$ כי α_q היא העתקה 2×2 שמתארת q ב'שם

$\alpha_q(x) = q \times q^{-1}$ ב'שם $q \in H_1$ ב'שם q

$$\overline{\alpha_q(x)} = \overline{q \times q^{-1}} = \overline{q^{-1}} \times \overline{q} = \overline{q^{-1}}(-x) \overline{q} = q(-x) \overline{q} = q(-x) q^{-1} = -\alpha_q(x)$$

כי α_q היא העתקה 2×2 שמתארת q ב'שם q

$$|\alpha_q(x)| = |q \times q^{-1}| = |q| |x| |q|^{-1} = |q| |q|^{-1} |x| = |x|$$

כי $\det \alpha_q = 1$ כי α_q היא העתקה 2×2 שמתארת q ב'שם q

$H_1 \cong \mathbb{S}^1$ $\gamma: [0,1] \rightarrow H_1$ $\gamma(0)=1, \gamma(1)=q$ ב'שם q

$\gamma \neq 1$ כי γ היא העתקה 2×2 שמתארת q ב'שם q

כי γ היא העתקה 2×2 שמתארת q ב'שם q

$SO(\mathbb{R}^3) \cong SO(H_0) \cong SO(3)$ כי $\mathbb{S}^3$ היא העתקה 2×2 שמתארת q ב'שם q

$\ker(\alpha) = \{ \pm 1 \}$ כי α היא העתקה 2×2 שמתארת q ב'שם q

22.3.11

$GL(n, \mathbb{R})$ היא העתקה 2×2 שמתארת q ב'שם q

$GL(n, \mathbb{R})$ היא העתקה 2×2 שמתארת q ב'שם q

$GL(n, \mathbb{R})$ היא העתקה 2×2 שמתארת q ב'שם q

$GL(n, \mathbb{R})$ היא העתקה 2×2 שמתארת q ב'שם q

$GL(n, \mathbb{R})$ היא העתקה 2×2 שמתארת q ב'שם q

$GL(n, \mathbb{R})$ היא העתקה 2×2 שמתארת q ב'שם q

$GL(n, \mathbb{R})$ היא העתקה 2×2 שמתארת q ב'שם q

$GL(n, \mathbb{R})$ היא העתקה 2×2 שמתארת q ב'שם q

$GL(n, \mathbb{R})$ היא העתקה 2×2 שמתארת q ב'שם q

$GL(n, \mathbb{R})$ היא העתקה 2×2 שמתארת q ב'שם q

$GL(n, \mathbb{R})$ היא העתקה 2×2 שמתארת q ב'שם q

$GL(n, \mathbb{R})$ היא העתקה 2×2 שמתארת q ב'שם q