

גאומטריה אלגברית - שיעור 11

המרחב יהיה מרחב משולש שבו כל נקודה היא נקודה אלגברית. כל נקודה היא נקודה אלגברית.

גאומטריה פרויקטיבית

נבנה קואורדינטות אלגבריות, Desargue, Pappus, עקרונות הקואורדינטות, המרחב הפרויקטיבי.

המרחב הפרויקטיבי V הוא מרחב סופי F $(F=R, C)$.

המרחב הפרויקטיבי $P(V) = \sum_{\dim \text{ subspaces of } V} 1$

$$RP^n = P(R^{n+1}), CP^n = P(C^{n+1})$$

סימנים:

$$\dim P(V) = n \iff \dim V = n+1$$

כל נקודה היא נקודה אלגברית. המרחב הפרויקטיבי הוא מרחב סופי.

המרחב הפרויקטיבי הוא מרחב סופי.

$$RP^n = RP^{n-1} \cup RP^0$$

$$= RP^{n-1} \cup RP^{n-2} \cup \dots \cup RP^0$$

המרחב הפרויקטיבי הוא מרחב סופי.

המרחב הפרויקטיבי הוא מרחב סופי.

המרחב הפרויקטיבי הוא מרחב סופי.

המרחב הפרויקטיבי הוא מרחב סופי.

המרחב הפרויקטיבי הוא מרחב סופי.

המרחב הפרויקטיבי הוא מרחב סופי.

המרחב הפרויקטיבי הוא מרחב סופי.

המרחב הפרויקטיבי הוא מרחב סופי.

המרחב הפרויקטיבי הוא מרחב סופי.

המרחב הפרויקטיבי הוא מרחב סופי.

ה. א. שנייז ופלאט מ'ק' אה - (פרספקטיוו קיט) (א'ק')

sk נק' הח'לק

$$C'' = AB \cap A'B'$$

ה'תשנ"ב (1991) - חוק המבחן

מקור: רמב"ם הלכות שבת פ"ב הלכה ט"ז. וכן נראה.

אם α ו- β הם שורשי המשוואה $x^2 + px + q = 0$, אז $\alpha + \beta = -p$ ו- $\alpha\beta = q$.
 אם α ו- β הם שורשי המשוואה $x^2 + px + q = 0$, אז $\alpha + \beta = -p$ ו- $\alpha\beta = q$.

הכ"ח אלול ה'תשנ"ח יום ג' חשוון ה'תשנ"ח

מבול'ים מן המין המפורסם הזה

12. 12. 2019, 12

(כשתלמד את מקומן הקואליציה עם יהיה שומר ישר)

(כדי להוכיח את הטענה) נניח P, A, A' ונבדוק את המקרים:

עם קמאצם אפי. אפאמא, קאמא צו וקאמא אפי: אפי:

$$\sin \alpha' = \alpha + \alpha' = p$$

$$b + b' = p$$

$$c + c' = p$$

(עם זה שמיני ימים - חזר אל שמיים בעצמו ולא נזקק לזיווג)

למה זה נקרא הגדה? כי זהו ה'גד' של חירות.

התאריך: 15.05.2023

[illegible]

$$a+a' = b+b' = c+c'$$

הנקודה

$$\Rightarrow a-b = b'-a'$$

$$a-c = c'-a'$$

$$b-c = c'-b'$$

הנקודה $a-b = b'-a'$ (נקודה) a, b, c ו- a', b', c' נקודה

הנקודה $a-b$ נקודה a, b ו- a', b' נקודה

הנקודה $b'-a'$ נקודה a', b' ו- a, b נקודה

הנקודה $a-b$ נקודה a, b ו- a', b' נקודה

הנקודה $a-b$ נקודה a, b ו- a', b' נקודה

$$O = (a-b) + (b-c) + (c-a) = 0$$

הנקודה $a-b$ נקודה a, b ו- a', b' נקודה

הנקודה $a-b$ נקודה a, b ו- a', b' נקודה

הנקודה $a-b$ נקודה a, b ו- a', b' נקודה

הנקודה

Pappus's Theorem

הנקודה $a-b$ נקודה a, b ו- a', b' נקודה

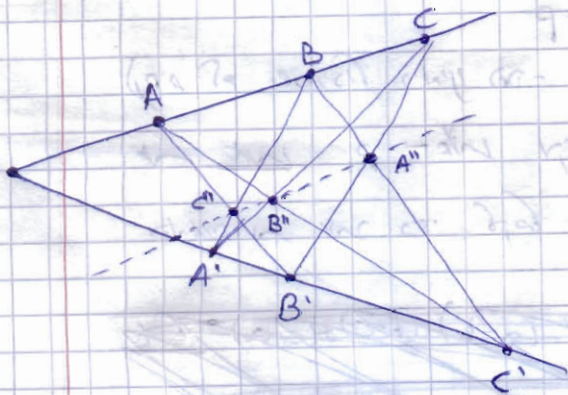
הנקודה $a-b$ נקודה a, b ו- a', b' נקודה

$$A'' = B'C \cap BC'$$

$$B'' = A'C \cap AC'$$

$$C'' = AB' \cap A'B$$

הנקודה $a-b$ נקודה a, b ו- a', b' נקודה



הנקודה $a-b$ נקודה a, b ו- a', b' נקודה

כל המטריצות הבלתי-היג'ריות A, B, B', C הן מטריצות

הסימטריות. המטריצה A היא מטריצה סימטרית ויש לה ערכים
 1. נניח למטריצה A את ה-1 על האלכסון ו-0 בשאר המקומות.
 2. נניח למטריצה B את ה-1 על האלכסון ו-0 בשאר המקומות.
 3. נניח למטריצה B' את ה-1 על האלכסון ו-0 בשאר המקומות.
 4. נניח למטריצה C את ה-1 על האלכסון ו-0 בשאר המקומות.

המטריצה A היא מטריצה סימטרית, נניח למטריצה A את ה-1 על האלכסון ו-0 בשאר המקומות.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(המטריצה A היא מטריצה סימטרית, נניח למטריצה A את ה-1 על האלכסון ו-0 בשאר המקומות.)

עבור A ו- B נקבעה מטריצה C (קובץ המטריצות) כך ש- C לא מתאפס.

המטריצה A היא מטריצה סימטרית.
 המטריצה B היא מטריצה אנטי-סימטרית.
 המטריצה C היא מטריצה סימטרית.
 המטריצה B' היא מטריצה אנטי-סימטרית.
 המטריצה A' היא מטריצה סימטרית.
 המטריצה B'' היא מטריצה אנטי-סימטרית.

$$AB = \{ [\lambda_0; \lambda_1; \lambda_2] \mid \lambda_2 = 0 \}$$

$$= \{ \lambda_2 = 0 \}$$

הקבוצה C נמצאת ב- AB ולכן $C = [1, c, 0]$, $c \neq 0$
 (נניח לקבוצה C את ה-1 על האלכסון ו- c על האלכסון השני.)

$$B'C' = \{ \lambda_0 = \lambda_1 \} = [1; 1; 1]$$

$$A' = [1; 1; \alpha], \quad \alpha \neq 1$$

עבור A ו- B נקבעה מטריצה C (קובץ המטריצות) כך ש- C לא מתאפס.
 נניח למטריצה A את ה-1 על האלכסון ו-0 בשאר המקומות.

$$BC' = \{ \lambda_0 = 0 \}$$

$$B'C = \langle [1; 1; 0], [1; 1; 1] \rangle$$

מכיון ש- A'' הוא המטריצה A'' ש- A'' היא מטריצה סימטרית.

$$A'' = [0; 1-c; 1]$$

מעבר לפרק 1:

$$B'' = [1-c : 0 : -ca]$$

$$C'' = [1 : a : a]$$

יש גם את ה'נ', נגיד להראות שההצגה של פורמט הוא ממ"ז 2 (הקוטר של Desargues). נציג את:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1-c & 1 \\ 1-c & 0 & -ca \\ 1 & a & a \end{vmatrix} = -(1-c)(a(1-c)+ac) + (1-c)a = 0$$

ולכן ההקטורים ה'נ' בסיסיים (הם סתמיים) כי הם ממ"ז 2. A'', B'', C'' נמצאת על ישר סתמיים אחר.

□

עקרונות הדuality

(הדuality של פונקציות)

V ו' W ממ"ז סופי מעל F , נגדיר $V^* = \{f: V \rightarrow F\}$ כהצגה

הדuality.

(1) V^* היא מהצגה פונקציונלית

הדuality

(2) לכל $v_1, \dots, v_n$ בסיס V יש בסיס V^* הכולל v_i^* (הקטורים ה'נ' הם בסיס)

(3) $T^*: V^* \rightarrow W^*$ כאשר $T: V \rightarrow W$ פ"ק. ההצגה המוגדרת היא $T^*f = f \circ T$

$$T^*f = f \circ T$$

$$(S \circ T)^* = T^* \circ S^* \quad (4)$$

$U^0 = \{f \in V^* \mid f(u) = 0 \forall u \in U\}$ נגדיר

(5) $U^0 \subseteq V^*$ מהצגה פונקציונלית

$$U_1^0 \subseteq U_2^0 \iff U_1 \supseteq U_2 \quad (6)$$

$$(U_1 \cap U_2)^0 = U_1^0 + U_2^0 \quad (7)$$

$$(*V)^\circ = (U_1 + U_2)^\circ = U_1^\circ \cap U_2^\circ \quad (8)$$

$$\dim U + \dim U^\circ = \dim V \quad (9)$$

$$V \cong (V^*)^* \quad \text{כאשר } f \mapsto f^\circ \text{ (המקרה הכללי)}$$

$$S: V \rightarrow (V^*)^*$$

$$S(v)(f) = f(v)$$

$$U^\circ = S(U) \quad (2)$$

במרחב הווקאלי

המרחב $P(V^*)$ הוא מרחב הווקאלי של V^* (המרחב הווקאלי של V)

$$\dim \ker f = \dim V - 1 \quad \text{כאשר } f: V \rightarrow F$$

$$\dim \ker f = \dim \ker f^\circ \quad \text{כאשר } f: V \rightarrow F \text{ ו- } f^\circ: V^* \rightarrow F$$

$$U \subseteq V \quad \text{אם } U \text{ הוא תת-מרחב של } V$$

$$P(U) \subseteq P(V)$$

המרחב $P(V)$ הוא מרחב הווקאלי של V (hyperplane)

$$\dim U = \dim V - 1 \quad \text{כאשר } U \subseteq V$$

$$\dim P(V) = 1 \Rightarrow \text{hyperplane} \leftrightarrow \text{point}$$

$$\dim P(V) = 2 \Rightarrow \text{hyperplane} \leftrightarrow \text{line}$$

$$3 \Rightarrow \text{plane}$$

$$P(V^*) = \{ \text{hyperplanes in } V^* \}$$

המרחב $P(V)$ הוא מרחב הווקאלי של V (המרחב הווקאלי של V)

$$\alpha: [f] \mapsto P(\ker f)$$

$$\beta: P(U) \mapsto U^\circ$$

הערה: באלגוריתם $V \cong (V^*)^*$ ניתן להשתמש בתיאור קבוע ולקבל

$$P(V) = \{ \text{hyperplanes in } P(V^*) \}$$

נשים לב שהפונקציה β (לפינוקס) היא איזומורפיזם מרחב $P(V)$ למרחב $P(V^*)$. מרחב $P(V)$ הוא מרחב $\dim(P(V)) - 1$.
 עכשיו, ~~אם~~ נסתכל על המרחב $P(V)$ כמרחב $P(V^*)$, נקבל שהיא מרחב
 קובץ ליניארי וישרים (קוויים). עכשיו, עבור כל מרחב, קיים לו מרחב
 דואל V^* וקוויים $P(V)$ הם מרחב $P(V^*)$.

הערה: קל לראות שהמרחב $P(V)$ הוא מרחב $P(V^*)$.
 קובץ ליניארי וישרים (קוויים), ולמרחב $P(V)$ יש ישרים (קוויים)
 בקובץ ליניארי וישרים (קוויים).

הערה: קל לראות שהמרחב $P(V)$ הוא מרחב $P(V^*)$.
 קובץ ליניארי וישרים (קוויים), ולמרחב $P(V)$ יש ישרים (קוויים)

המרחב הסימטרי של הפונקציות (המרחב)

המרחב $P(V)$ הוא מרחב $P(V^*)$.
 קובץ ליניארי וישרים (קוויים), ולמרחב $P(V)$ יש ישרים (קוויים)

המרחב $P(V)$ הוא מרחב $P(V^*)$.
 קובץ ליניארי וישרים (קוויים), ולמרחב $P(V)$ יש ישרים (קוויים)

המרחב $P(V)$ הוא מרחב $P(V^*)$.
 קובץ ליניארי וישרים (קוויים), ולמרחב $P(V)$ יש ישרים (קוויים)

המרחב $P(V)$ הוא מרחב $P(V^*)$.
 קובץ ליניארי וישרים (קוויים), ולמרחב $P(V)$ יש ישרים (קוויים)

המרחב $P(V)$ הוא מרחב $P(V^*)$.
 קובץ ליניארי וישרים (קוויים), ולמרחב $P(V)$ יש ישרים (קוויים)

המרחב $P(V)$ הוא מרחב $P(V^*)$.
 קובץ ליניארי וישרים (קוויים), ולמרחב $P(V)$ יש ישרים (קוויים)

המרחב $P(V)$ הוא מרחב $P(V^*)$.
 קובץ ליניארי וישרים (קוויים), ולמרחב $P(V)$ יש ישרים (קוויים)

המרחב $P(V)$ הוא מרחב $P(V^*)$.
 קובץ ליניארי וישרים (קוויים), ולמרחב $P(V)$ יש ישרים (קוויים)

המרחב $P(V)$ הוא מרחב $P(V^*)$.
 קובץ ליניארי וישרים (קוויים), ולמרחב $P(V)$ יש ישרים (קוויים)

Cross ratio - הקדמה

נניח $p_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}$, $p_1, \dots, p_n \in \mathbb{RP}^2$ נק' 4 נבחר

$$cr(p_1, \dots, p_n) = \frac{\begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_3 & x_4 \\ y_3 & y_4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_2 & x_3 \\ y_2 & y_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_4 & x_1 \\ y_4 & y_1 \end{vmatrix}}$$

הערה: פונקציה זו מוגדרת כאשר לא קשר לבחירה של p_i

דוגמה (המשולש)

נניח $u_i = \frac{x_i}{y_i}$ (כאשר $y_i \neq 0$)

$$cr(p_1, \dots, p_n) = \frac{(u_3 - u_4)(u_1 - u_2)}{(u_2 - u_3)(u_4 - u_1)}$$

נניח $u_i \neq \infty$ כל i אזי u_i מייצגים נקודות על קו ישר (אם $y_i = 0$ אז $u_i = \infty$)

אם $y_i = 0$ אז $u_i = \infty$ וזהו נקודת האינסוף על הקו

$$\frac{(u_3 - u_4)(\infty)}{(u_2 - u_3)(-\infty)} = - \frac{(u_3 - u_4)}{(u_2 - u_3)}$$

כל הנקודות נמצאות על קו ישר

למשל: $f: \mathbb{RP}^1 \rightarrow \mathbb{RP}^1$ היא פונקציה מונוטונית קבועה $f(p_i) = q_i$

$$cr(p_1, \dots, p_n) = cr(f(p_1), \dots, f(p_n))$$

(2) הסימטריות של הקו הישר

הערה: כל פונקציה $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ מהצורה $f(x) = Ax + b$ היא

סימטרית $A \in GL(n, \mathbb{R})$, $f(x) = Ax + b$

המשולש המוכלל של הסימטריות, נניח $f(x) = Ax + b$

$$\begin{aligned} [0, 1] &= [0, 1] \\ [0, 2] &= [0, 2] \\ [1, 2] &= [1, 2] \\ [1, 3] &= [1, 3] \end{aligned}$$

balan rqr = 200

25. 72, 90, 93, 94, 95

(ה'תשנ"ח) י"ב כ"ב (א) י"ב 4 A,B,C,D PE

s/c $cr(A, B, C, D) = -1$ - e 70

$$cr(f(A), f(B), f(C), f(D)) = -1$$

1. $f: \mathbb{R}P^1 \rightarrow \mathbb{R}P^1$ - 2-матрица

$$(cr(A, B, C, D) = -1 \Rightarrow cr(f(A), f(B), f(C), f(D)) = 1)$$

[illegible]

חלוקת המעבד קרן המלך

הערה: לספק תוכן למערכת: עמוד 4 ח"ס, 16 ותקדים למס' ע"ר

כך ה-ע קובעו 4 נק' במצב שני, היא מהווה הסלח.

~~(to be kept) n/a 27/5/2019~~

~~Handwritten signature~~

הנני מודת לך על כל מה שעשית בשבילי

① $\exists p_1, \dots, p_n$ (2) $\forall p$ (3) $\exists p$ (4) $\forall p$

הקשר בין הפונקציות $f(p_1), \dots, f(p_n)$ לבין הפונקציה g הוא:

$(p_1, \dots, p_n) \in \mathbb{R}^n$ (קואורדינטות) -8

$\rho f = g^{-1}$ $\rho g \cdot g \circ f = 1$ ρ is invertible

א. האקד פון קאליני

conflito e morte e di (dopo la guerra)

auf einer Höhe von 200 m über dem Meeresspiegel.

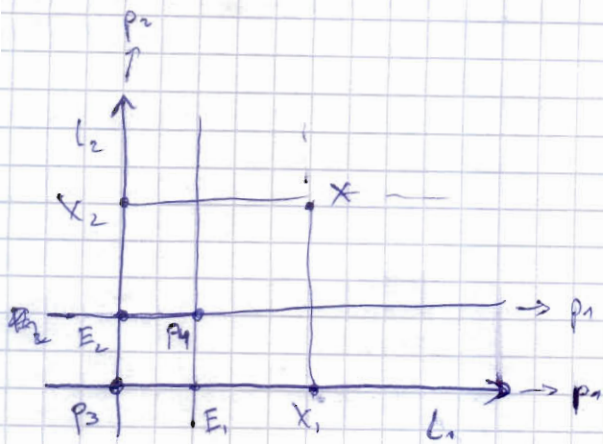
$$P_1 = [1 \ 0 \ 0]$$

$$P_2 = [0 \ 1 \ 0]$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$p_4 = [1 \ 1 \ 1]$$

נרשם p_1, p_2 כן נ' ϕ ונרשם הפונקטור.



יהי $x \in \mathbb{R}P^2$ ϕ היא הפונקטור.

נרשם $\phi(x) = x$

נרשם E_1, E_2, x_1, x_2 (הנק' x_1, x_2)

והישרים (L_1, L_2) .

נרשם $\phi: L_1 \rightarrow L_2$ היא הפונקטור ϕ ונרשם ϕ .

יהי ϕ הפונקטור, ϕ היא הפונקטור ϕ ונרשם ϕ .

יהי ϕ הפונקטור, ϕ היא הפונקטור ϕ ונרשם ϕ .

יהי ϕ הפונקטור, ϕ היא הפונקטור ϕ ונרשם ϕ .

יהי ϕ הפונקטור, ϕ היא הפונקטור ϕ ונרשם ϕ .

יהי ϕ הפונקטור, ϕ היא הפונקטור ϕ ונרשם ϕ .

יהי ϕ הפונקטור, ϕ היא הפונקטור ϕ ונרשם ϕ .

יהי ϕ הפונקטור, ϕ היא הפונקטור ϕ ונרשם ϕ .

יהי ϕ הפונקטור, ϕ היא הפונקטור ϕ ונרשם ϕ .

יהי ϕ הפונקטור.

$$x_1 = p_2 \cap L_1$$

יהי ϕ הפונקטור.

$$x_2 = p_1 \cap L_2$$

יהי ϕ הפונקטור, ϕ היא הפונקטור ϕ ונרשם ϕ .

יהי ϕ הפונקטור, ϕ היא הפונקטור ϕ ונרשם ϕ .

$$x = x_1 \cap p_2 \cap p_1 \cap x_2$$

יהי ϕ הפונקטור.

יהי ϕ הפונקטור, ϕ היא הפונקטור ϕ ונרשם ϕ .

יהי ϕ הפונקטור, ϕ היא הפונקטור ϕ ונרשם ϕ .

יהי ϕ הפונקטור, ϕ היא הפונקטור ϕ ונרשם ϕ .

יהי ϕ הפונקטור, ϕ היא הפונקטור ϕ ונרשם ϕ .

יהי ϕ הפונקטור.