

26.4.09

אנליזה נומרית - שיעור 6

$$K_{\text{LS}} = \sup \frac{\|\Delta x\|}{\|\Delta b\|} = \|A^{-1}\|$$

שיעור שער העיון

$$K = \sup \frac{\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|}}{\frac{\|\Delta b\|}{\|b\|}} = \|A\| \|A^{-1}\|$$

באמצעות מצינו את נאמן המצב של המטריצה A כל המטריצה A היא
 האין את שער האנליזה של המטריצה A ומהמטריצה A כיוון U
 בו האין $A = U(L_1 \dots L_n L_n^{-1})^T$ ולפיכך $A = U(L_1 \dots L_n L_n^{-1})^T$
 מתוך $Ax = b$ נקמה (כח) A כשלוש המטריצה A היא A כל

המטריצה A היא המטריצה A (כח) A היא A כל
 שער A היא A (כח) A היא A כל

$$1. \text{ נסמך } A \text{ היא המטריצה } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+\epsilon \\ 2 \end{pmatrix}$$

נפיק את המטריצה A היא A כל

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1+\epsilon \\ 1 & 1 & 2 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & \frac{1}{\epsilon} & \frac{1}{\epsilon}+1 \\ 0 & \frac{1}{\epsilon}-1 & \frac{1}{\epsilon} \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & \frac{1}{\epsilon} & \frac{1}{\epsilon}+1 \\ 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \rightarrow x_2 = 1$$

$$x_1 = \left(\frac{1}{\epsilon}+1 \right) - \frac{1}{\epsilon} x_2$$

כל המטריצה A היא A כל $x_1 = 1$ $x_2 = 1$ $x_1 = 1$ $x_2 = 1$
 ואין x_1 x_2 $x_1 = 1$ $x_2 = 1$ $x_1 = 1$ $x_2 = 1$

$$A \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1+\epsilon \\ 2 \end{pmatrix}$$

המטריצה A היא A כל $x_1 = 1$ $x_2 = 1$ $x_1 = 1$ $x_2 = 1$
 המטריצה A היא A כל $x_1 = 1$ $x_2 = 1$ $x_1 = 1$ $x_2 = 1$
 המטריצה A היא A כל $x_1 = 1$ $x_2 = 1$ $x_1 = 1$ $x_2 = 1$

$$2. \text{ נסמך } A \text{ היא המטריצה } A = \begin{pmatrix} 0.0003 & 1.566 \\ 0.3754 & -2.436 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.569 \\ 1.018 \end{pmatrix}$$

נפיק $x_1 = 1$ $x_2 = 1$ $x_1 = 1$ $x_2 = 1$ $x_1 = 1$ $x_2 = 1$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 0.0003 & 1.566 & 1.569 \\ 0.3451 & -2.436 & 1.018 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 0.0003 & 1.566 & 1.569 \\ 0 & -1804 & -1805 \end{array} \right) \rightarrow \begin{aligned} x_2 &= \frac{1805}{1804} = 1.001 \\ x_1 &= \frac{1}{0.0003} (1.569 - 1.566 \cdot 1) \end{aligned}$$

הערות:
הערות
הערות

כאשר יש בלבד קיבלנו מאגר שניתן לאזן מאגר זה. הבעיה
היא שהיא לא תהיה חתומה ואין לה מאגר סגור.
במקרים האלה המאגר יהיה מאגר קטן, ואין יציאה מאגר
אין מאגר מאגר מאגר קטן. לא ניתן לאזן מאגר קטן
במאגר מאגר מאגר מאגר מאגר מאגר מאגר מאגר מאגר
במקרים כאלה צריך לעשות. לא, כי לא ניתן לאזן מאגר סגור
אז צריך לעשות מאגר קטן מאגר מאגר.

אם יש מאגר קטן, אז ניתן לאזן:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1+\epsilon \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1-\epsilon & 1-2\epsilon \end{array} \right) \approx \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

קטן

אז צריך לעשות מאגר קטן. הבעיה היא $x_1 = x_2 = 1$.

עכשיו עברנו בזה.

$$\left(\begin{array}{cc|c} 0.3451 & -2.436 & 1.018 \\ 0.0003 & 1.566 & 1.569 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 0.3451 & -2.436 & 1.018 \\ 0 & 1.568 & 1.568 \end{array} \right) \rightarrow \begin{aligned} x_2 &= 1 \\ x_1 &= 10.1 \end{aligned}$$

יש מאגר מאגר מאגר.

יש מאגר מאגר מאגר מאגר מאגר מאגר מאגר מאגר.

Complete (Total) Pivoting

באופן כללי נחשב את המאגר המאגר (מאגר מאגר) באופן כללי.
אז צריך לעשות מאגר מאגר מאגר מאגר מאגר מאגר מאגר מאגר.
במקרים כאלה צריך לעשות. לא, כי לא ניתן לאזן מאגר סגור
אז צריך לעשות מאגר קטן מאגר מאגר.

אז צריך לעשות מאגר קטן מאגר מאגר.

Partial Pivoting

נעבור אל המודול עמי סדר (בא באאס), אך עמי שואבס ל
 עוצה, נעלג אל האבר האזל בשר בעצמה ונחיל אל
 השורה אל עז הארה הראשון (אשר אין עוצבין ערעל). עמאר
 שאבסני אל השורה הראשון, עזברק עמאר הארה מלכין
 שורה (pivoting), לאבסי ארע ונעלבינ הארה...

נראה דוגמא ל-Partial Pivoting:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 3 & 1 \\ 8 & 7 & 9 & 5 \\ 6 & 7 & 9 & 8 \end{pmatrix}$$

מכיוון שהאבר האזל בשר במודול הראשון הוא 8 (בשורה ראשונה)
 נחיל בין השורה הראשונה והשורה P_1 למטה החלפה זו.

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad P_1 A = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 9 & 5 \\ 4 & 3 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 6 & 7 & 9 & 8 \end{pmatrix}$$

נעבור עכשיו אל הכיוון האזל:

$$L_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{4} & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{3}{4} & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad L_1 P_1 A = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 9 & 5 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & -\frac{3}{4} & -\frac{5}{4} & -\frac{5}{4} \\ 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

בשורה השנייה, האבר האזל הוא $\frac{3}{4}$ (בשורה השנייה)
 הראשון בהם כח אילון) הוא $\frac{3}{4}$ בשורה השנייה, נעלג

החלף נוסף:

$$P_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad P_2 L_1 P_1 A = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 9 & 5 \\ 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & -\frac{3}{4} & -\frac{5}{4} & -\frac{5}{4} \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

$$L_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{4} & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad L_2 P_2 L_1 P_1 A = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 9 & 5 \\ 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

נעבור עכשיו אל הכיוון האזל:

$$P_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad P_3 L_2 P_2 L_1 P_1 A = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 9 & 5 \\ 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$L_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, \quad L_3 P_3 L_2 P_2 L_1 P_1 A = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 9 & 5 \\ 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

7/20 Q No. 34 p. 50 310 R at pt 10128 pg 74

דער פארגעגאנגענער טאג (19.11.2019)

$$q_1 = \frac{a_1}{\|a_1\|} \Rightarrow \|q_1\| = 1, \quad r_1 = \|a_1\|$$

$$\tilde{q}_2 = a_2 - \underbrace{(a_2, q_1)}_{r_{12}} q_1 \Rightarrow q_2 = \frac{\tilde{q}_2}{\|\tilde{q}_2\|}, \quad r_{22} = \|\tilde{q}_2\|$$

$$\tilde{q}_3 = a_3 - \overbrace{(a_3, q_1)}^{r_{13}} q_1 - \overbrace{(a_3, q_2)}^{r_{23}} q_2 \Rightarrow q_3 = \frac{\tilde{q}_3}{\|\tilde{q}_3\|}, r_{33} = \|\tilde{q}_3\|$$

$$\tilde{q}_n = a_n - \sum_{i=1}^{n-1} \overbrace{(a_n, q_i)}^{r_{in}} q_i \Rightarrow q_n = \frac{\tilde{q}_n}{\|\tilde{q}_n\|}, \quad r_{nn} = \|\tilde{q}_n\|$$