

11.06.09

אנליזה נומרית - גרסא 12

היום נסמך באנליזה נומרית ובפולינום צ'בישב.

שאלה: נסו לראות $I = \int_1^2 x \ln(x) dx$ בעזרת שילוב האינטגרל ~~המורכב~~ ^{המורכב} אוטומטית. כמה קוזה ציאתי צריך כדי לקבל דיוק של 10^{-6} ?

סברון:

א. בעזרת האינטגרל המורכב:

נלקח N , $q=9$, $h = \frac{1}{N}$, $x_k = 1 + kh$, $k=0, \dots, N$. כעת ננסה להעריך

בעזרת ~~האינטגרל המורכב~~ האינטגרל המורכב: $|e| = \left| \frac{f''(\xi)}{12} (b-a) h^2 \right|$

לכיון ש- $f(x) = x \ln(x)$, $f''(x) = -\frac{1}{x^2}$. עכשיו ננסה להעריך

את $|f''(\xi)|$ בקטע $(1, 2)$ באמצעות 1. רציב את ξ וננסה

שלאנחנו: $|e| \leq \frac{1}{12} (2-1) h^2 = \frac{h^2}{12}$

אנחנו רוצים שהטעות תהיה לכל היותר 10^{-6} :

$$\frac{h^2}{12} \leq 10^{-6}$$

$$h \leq 0.0035$$

אנחנו יוצאים ש- N הוא $\frac{1}{h}$ עכשיו: $N \geq 289$

נשים לב שקוזה הציאתי שלנו היא $x_0, \dots, x_N$ ונראה כי $N+1$ נקודות. לכן, נבדוק 290 נקודות ציאתי.

ב. בעזרת סטנסון המורכב:

נבחר את x המצוי (אולי) אצלנו בקוטה לעצמה

בעזרת סטנסון המורכב:

$$|e| = \left| \frac{f^{(4)}(\xi)}{180} (b-a) h^4 \right|$$

$$(x \ln(x))^{(4)} = \frac{6}{x^4}$$

$$\max_{z \in (1,2)} |f^{(4)}(z)| = 6$$

$$|e| \leq \frac{6}{180} h^4 = \frac{1}{30} h^4$$

ולכן נקבל:

$$\frac{1}{30} h^4 \leq 10^{-6}$$

ולכן נדרוש:

$$h \leq 0.075$$

~~הערה~~

נשים לב כי הכנס $h = \frac{1}{2N}$, כי בכל המק, אנחנו נדרשים כי

יש שלוש נקודות (למשל, x_0, x_1, x_2). לכן:

$$2N \geq 14$$

ולכן מספר הנקודות האנכיות/זוויות, $2N+1$, הוא 15.

אינטגרציה לאב

בהינתן פונקציה $f(x)$, נרצה לחשב $I = \int_a^b w(x) f(x) dx$

עבור $w(x) \geq 0$ ו- $w(x)$ לא מתאפס, האפשרות הטובה ביותר היא

נרצה להציג קירוב אשר יהיה מדויק, נחלק את f בקטגוריות שונות.

מסדר נמוך. נראה דוגמא.

נניח כי $w=1$, ואנחנו רוצים נוסחה מהצורה $\int_a^b f(x) dx = A_0 f(a) + A_1 f(b)$

(כיום שבנוסחה שלנו גופי המדיקת עתה ואין פאנואליו עד מסדר 1

(למשל, לינארי). על מנת לבדוק עכשיו, עלינו רק להוציא

שבנוסחה שלנו מדויקת עבור $f(x)=1$ ו- $f(x)=x$. נבדוק הפיון

שנינו עתה פס פאנואליו מסדר 1 כך:

$$\int_a^b p(x) dx = \int_a^b (\alpha x + \beta \cdot 1) dx = \alpha \int_a^b x dx + \beta \int_a^b 1 dx$$

ולכן בנוסחה גופי מדויקת לכל פאנואליו מסדר 1. (נראה מקצועי)

A_0, A_1 כך שבנוסחה גופי מדויקת:

$$\begin{cases} \int_a^b 1 dx = b-a = A_0 + A_1 \\ \int_a^b x dx = \frac{b^2-a^2}{2} = A_0 a + A_1 b \end{cases}$$

קיבלו מערכת משוואות ליניאריות שהסדרון שלה הוא $A_0 = B_0 = \frac{(b-a)}{2}$
 כלומר קיבלו את הנוסחה: $\int_a^b f(x) dx = (b-a) \frac{f(a)+f(b)}{2}$

שם בדיוק שם הארסני! למחרת שגשגו צי"ח שאם היא הכלוא
 א הפסדה שבה למצוא. היא הכלוא מכיוון שנוסף להוציא אינדיקס
 שהיה מדויק על סדר שני צי"ח (או נרצה להיות מדויקים)
 על פוליוניו מצד 5, צי"ח 6 קצונה ועל 6 משוואות
 א 6 נעלמים - שהם המצדדים $A_0, \dots, A_5$.

מכיוון שזכרנו רק נוסחה שבה ויכחשן שהיא דווקא יחסית
 אינדיקסיה, נסביר איך נכלא א הפסדה בדיוק כוונתיה
 א, ד, נרצה לבנות נוסחה שבה מדויקת עבור פוליוניו
 משהיא א. ~~נרצה~~ נרצה א קצונה (בקרוק נצטרך)
 אן, ונמצא סדרה פוליוניו אוניקסליי דאך $a+1$ (כלומר
 שהצדד בי"ח מסדר א). ~~נרצה~~ נרצה כעת שיהיו פוליוניו
 יכיו אינדיקסיה צי"ח המספר התחתון שנקרא צי"ח א, ב, ג.
 (כלומר $(a+b) \frac{f(a)+f(b)}{2}$). אכשיו נצטרך שהנוסחה תהיה מדויקת
 עבור $a+1$ הפוליוניו האלי, ועל מערכת משוואות.
 המערכת ליניארית, ואכן נכלא א הפסדה.

בחירה נקודת הצביעה

כשהיינו צי"ח צי"ח 2 נקודת צביעה בדווקא הראשונה
 היה נראה אבס. צי"ח א נקודת הקצה א, ב. כאן
 נכא ק נהיינו צי"ח $a+1$ נקודת באופן אחר לאורך
 א, ב. כל אלה אפשרות א לא האפשרות האופטימלית.
 בחירה נקודת בקורה חכמה יכולה להקטין את אור הפסדה
 אלק להקטין את סדר הפסדה. לכן נצטרך א נקודת
 הצביעה שלנו כעת כדי לבחור א האפשרות האופטימלית
 הבתול.

עצמ, נרצה נוסח משה מדינה שיהיה באופן זה. ע"פ.
ועל ענין זה יקראו ענין זה. נא לא להעיר השאלה:

$$\int_a^b 1 dx = b - a = A_0 + A_1$$

$$\int_a^b x dx = \frac{b^2 - a^2}{2} = x_0 A_0 + x_1 A_1$$

$$\int x^2 dx = \frac{b^3 - a^3}{3} = x_0^2 A_0 + x_1^2 A_1$$

$$\int_a^b x^3 dx = \frac{b^4 - a^4}{4} = x_0^3 A_0 + x_1^3 A_1$$

אם x_0 ו- x_1 נמצאים במרחק ϵ זה מזה, אז x_0 ו- x_1 נמצאים במרחק ϵ זה מזה.

אויס'עס קומט אמת). עכן, ווען ער האט זיך נאר איין מאל געזעהן

ל.ב.ק x_0, x_1 (ואם היא מקיפה ל.נ.א.י.)

כפי שזוהי הבט נראה בדיוק אין מתקנים להם χ_0, χ_1 אלו לא ימים.

הערה: יש לשים לב שהערות אלו הן בעברית.

מנהל פקדון המזכיר

Coer: נקודת נצח $x_0, x_1, \dots, x_n$ האוכלוסיות הן נקודת

הפולינום מסדר $n+1$ הכולל $1, x, x^2, \dots, x^n$

בנקודה x_0 נתבסס את $x_1, x_2, \dots$ האות x_0 ע"י x_1 כוללים

ד'בראח ה'תשנ"ב - 1, x

$$I = \int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{x}} \quad , \quad w(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad \text{wird oft als Gew. f. w. genutzt: } \underline{\text{Gew. f. w.}}$$

סמכות: קודם, נגד, כולל, איתות:

$$\rho_0(x) = 1$$

במילר צמד ובלין אברהם - שג"ח:
 $\int \frac{x}{1+x^2} dx$

$$p_1(x) = x - \frac{\langle x, p_0 \rangle}{\langle p_0, p_0 \rangle} p_0 = x - \frac{\int_{-1}^1 x dx}{\int_{-1}^1 1 dx} = x - \frac{1}{3}$$

$$p_2(x) = x^2 - \frac{\langle x^2, p_0 \rangle}{\langle p_0, p_0 \rangle} p_0 - \frac{\langle x^2, p_1 \rangle}{\langle p_1, p_1 \rangle} p_1 = x^2 - \frac{\int \frac{x^2}{\sqrt{x}} dx}{\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx} p_0 - \frac{\int \frac{x^2 - \frac{x^2}{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx}{\int \frac{(x - \frac{1}{\sqrt{x}})^2}{\sqrt{x}} dx} p_1 = x^2 - \frac{6}{3} x + \frac{3}{35}$$

$$x_0, x_1 = \frac{3}{5} \pm \frac{2}{35} \sqrt{30} \quad \text{כך שיש שני פתרונות}$$

$\sim \gamma \cdot \delta S$ $A_0, A_1 \sim$ לבד בין $x_0, x_1 \sim$ רשמי הנה רשמי
 הנחיה הנחיה

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2 = A_0 + A_1$$

$$\int_0^1 \frac{x}{1+x} dx = \frac{2}{3} = \gamma_0 A_0 + x_1 A_1$$

[illegible]

$$A_0 \approx 0.695$$

$$A_1 \approx 1.30$$

المعدل الجانبي $\int_0^1 f(x) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \approx 0.695 \cdot f(x_0) + 1.3 \cdot f(x_1)$

שאלה: מה גובה פני השטח האנטיגרדי של $\int_0^1 \sqrt{x} dx$?

מבחן: העצמה מהי 0! נמצא מחילול - $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x}} dx = \int_0^1 \sqrt{x} dx$

$\frac{x}{\sqrt{x}} - 5$ (בד (2)) $\frac{a+b}{\sqrt{x}}$

THEORY OF THE EARTH AND ITS HISTORY

CHAPTER I

THE EARTH AND ITS HISTORY

THE EARTH AND ITS HISTORY

CHAPTER II

THE EARTH AND ITS HISTORY

THE EARTH AND ITS HISTORY

THE EARTH AND ITS HISTORY

THE EARTH AND ITS HISTORY

THE EARTH AND ITS HISTORY

THE EARTH AND ITS HISTORY