

מד"ר – סיכום נקודתי

● הגדרות (מכל הקורס)

- ◆ צורה כללית של משוואה דיפרנציאלית רגילה (1) ★
- ★ צורה מפורשת (1)
- ★ סדר של משוואה (1)
- ★ משוואה בצורה דיפרנציאלית (4, 5)
- ◆ קו אינטגרלי (5, 11)
- ◆ בעיית קושי (6, 7)
- ◆ דיפרנציאל (3)
- ★ עבור מספר משתנים (4, 5)
- ◆ משוואות לינאריות (1)
- ◆ דיפרנציאל שלם (5)
- ★ משוואה מדויקת (5, 6)
- ★ גורם אינטגרציה (6)
- ◆ בעיה מוצגת היטב (7)
- ◆ נורמה (בהגדרה שלנו) (13)
- ★ של וקטור (13)
- ◆ ורונסקיאן
- ★ של n פתרונות למשוואה מסדר n
- ★ של n פתרונות למערכת של n משוואות מסדר ראשון
- ◆ פתרון סינגולרי (11)
- ◆ מספר ליפשיץ (ת 4)
- ◆ נגזרת של וקטור (13)

● משפטים מחדו"א

- ◆ משפט הפונקציה הסתומה (2, 3)
- ★ הקשר שלה אלינו (מתי אפשר להציג בצורה מפורשת פתרון) ושימוש בה (2)
- ◆ משפט הפונקציה ההפוכה (2)
- ◆ משפט על התכנסות במ"ש של טורי פונקציות (חסימה על ידי טור מספרים) (8)
- ◆ שקילות בין נורמות (13)

● משפטים מאלגברה

- ◆ מספרים מרוכבים
- ★ צמוד של פתרון גם פתרון של פולינום עם מקדמים ממשיים
- ◆ וקטורים
- ★ כל משפטי אי תלות
- ◆ מערכות משוואות
- ★ פתירות לפי הדטרמיננטה

שדה כיוונים (2) ●

הצגת שדה כיוונים למשוואה (2) ◆

פתרון שדה כיוונים בצורה גרפית (2) ◆

פתרון משוואות מסדר ראשון ●

כל הדרכים שיש באתר (2, 4, 5, 6) ◆

בעית קושי (6, 11) ●

שיטות נומריות לפתרון ◆

שיטת אוילר (6, 7) ★

איטרציות פיקרד (8) ★

מספר ליפשיץ (ת 4) ◆

תנאים לקיום יחידות פתרון (6, 7, 8) ◆

משוואה אינטגרלית שקולה (7, 8) ★

הוכחת קיום (במלבן ובפס) (7, 8, 10, 11, 12) ★

הוכחת יחידות (8, 9, 12) ★

המשכה של פתרון (9) ◆

משפט: למשוואה לינארית עם מקדמים קבועים קיים פתרון בכל התחום והוא יחיד (9) ◆

באופן כללי: f רציפה בפס a לכל a ומקיימת ליפשיץ (L_a) יש פתרון יחיד לכל $\mathbb{R}$ (12) ★

יציבות של פתרון (10) ◆

לפי תנאי התחלה (10) ★

לפי f (10) ★

פתרון משוואות מסדר שני ●

כל הדרכים שיש באתר (12) ◆

בעית שפה ●

הרעיון הכללי (13) ◆

אי היחידות של פתרון (18) ◆

אי קיום הכרחי (21) ◆

משוואות מסדר n ●

צורה כללית ובעיית קושי עבורם (13) ◆

הקשר שלהם למערכות של n משוואות מסדר 1 (13, 14) ◆

בעית קושי (13) ◆

משפט קיום יחידות ★

לינאריות ◆

לינאריות הומוגנית (21) ★

קיום בסיס מסדר n (21, 22) ●

הקשר בין תלות לינאריות לורונסקיאן (22) ●

פתרון למקדמים קבועים (22) ●

● מערכות של n משוואות מסדר 1

◆ צורה כללית ובעיית קושי עבורם (14, 13)

◆ צורה וקטורית (14, 13)

◆ תנאי ליפשיץ למערכת (14, 13)

★ מערכת לינארית תמיד מקיים (14)

◆ שיטת פיקרד למערכת (25, 13)

◆ מערכת לינארית (21)

★ תמיד מקיים את תנאי ליפשיץ (עבור מקדמים רציפים)

◆ מרחב לינארי ממימד n (25, 24)

◆ פתרון עבור מקדמים קבועים (25)

★ גם באמצעות אקפוננט של מטריצה (27, 26)

● משוואות לינאריות מסדר שני (14, 12)

◆ הומוגנית (14)

★ תנאי מספיק והכרחי להיות 2 פתרונות צמד בסיסי – ורונסקיאן שונה מאפס (15, 14)

★ משפט קיום צמד בסיסי (15, 14)

★ קשר בין תלות לינארית לצמידות בסיסית (15, 14)

★ יצירת משוואות מפתרונות (ת 8)

★ הורדת סדר של המד"ר (17, 16)

★ פתרון עבור מקדמים קבועים (18, 17)

★ תכונות של משוואות לינאריות מסדר שני הומוגנית

● אי קיום מקסימום חיובי (ומינימום שלילי) כאשר $c < 0$ (19, 18) ושימוש (20)

◆ לא הומוגנית

★ פתרון עבור מקדמים קבועים

● ניחוש פתרון מאותה הצורה של אגף ימין (19)

● שיטה כללית שתמיד עובדת – וריאציה של משתנים (20, 19)

● תלות לינארית של פתרונות

◆ בדיקה על ידי ורונסקיאן

◆ יצירת משוואה דיפרנציאלית מפתרונות

● בעיית שטורם-ליוביל (20)

◆ צורת הבעיה (21, 20)

● מציאת פתרון שני (או כללי) מראשון

◆ משוואת ריקטי (תרגיל 4)

◆ משוואה לינארית הומוגנית מסדר שני (תרגיל 6, תרגול ותרגיל 7, שיעור 16, 17)

טיפים

- אחרי שפותרים משוואה דיפרנציאלית – להציב חזרה ולבדוק
- כאשר עושים אינטגרציה מופיע קבוע האינטגרציה - C
- לזכור לבדוק פתרון סינגולרי ($y \equiv 0$) ואחרים בנפרד
- זמן השקעה בהצגה מפורשת – 5 דקות
- אם לא מצליחים, להציג בצורה סתומה יפה
- לזכור הצבות לסוגי משוואות שונות
- אינטגרלים שכדאי להכיר
- אינטגרל שתוצאה $\ln |f|$ (אינטרגל של f' חלקי f)
- אינטרגל שתוצאתו שורש של פונקציה לינארית (אינטרגל של 1 חלקי שורש)
- אינטרגל שתוצאתו היא פונקציה טריגונומטרית הפוכה
- לא מאוד מזיק לנסות לנחש פתרונות

טיפים מתמטיים

- $\left| \int f \right| < \int |f|$
- $a^{0.5} = \sqrt{a}$
- $2yy' = (y^2)'$

אינטגרלים שאנחנו יודעים לעשות אבל לא תמיד יודעים שאנחנו יודעים לעשות¹:

$$1. \int \frac{1-4v}{4v^2-1} dv = \int \frac{1}{4v^2-1} dv - \frac{1}{2} \int \frac{d(4v^2)}{4v^2-1} = -\frac{1}{2} \int \left(\frac{1}{2v+1} - \frac{1}{2v-1} \right) dv - \frac{1}{2} \int \frac{dz}{z-1} = -\frac{1}{4} \ln \left| \frac{2v+1}{2v-1} \right| - \frac{1}{2} \ln |4v^2-1|$$

$$2. \text{ אינטגרלים יש ביטויים לינארים } \left(\int \frac{dy}{\sqrt{2y-5}} \right)$$

$$3. \text{ חלוקה למקרים של } \int \frac{1}{x^2+c} \text{ (תרגול 6)}$$

1 לתשומת ליבכם, יתכן כי יופיעו כאן אינטגרלים שאנחנו יודעים לעשות ואף יודעים שאנחנו יודעים לעשות, אך איבנו יודעים שאנחנו יודעים שאנחנו יודעים לעשות. עמכם הסליחה.