

נכיר בצורה הטובה של השאלה הישנה:

$$\alpha_0(x)y^{(n)} + \dots + \alpha_{n-1}(x)y' + \alpha_n y = f(x)$$

(נשים לב, הישנה היא על סביב x , אלא סביב $y^{(n)}, \dots, y$)

הצורה הטובה של שאלה ז' (הזוהי): $(x \in [a, b])$ (מסדר n)

$$F(x, y, \dots, y^{(n)}) = 0 \quad \text{ו-} \quad y = \varphi(x) \quad \text{היא פתרון אם:}$$

$$F(x, \varphi(x), \dots, \varphi^{(n)}(x)) \stackrel{\text{מחוג}}{=} 0$$

והצורה הטובה של שאלה מבוטלת מסדר n :

$$y^{(n)} = F(x, y, \dots, y^{(n-1)})$$

לשם כך פונ' סתומה:

יש אותה אחת מחצות 3. נחלק אותה עבור 3 לשתיים.

$$F(x, y, z) = 0 \quad \text{נחלק (הפונ' סתומה):}$$

האם אפשר למצוא את z כפונ' של x, y בקטע מסוים?

התנאים כדי שזה יקרה:

$$(1) \quad F(x, y, z) \text{ רציפה בתחום } D.$$

$$(2) \quad \text{קיימות נגזרות חלקיות בלבד השתנים: } F_x, F_y, F_z: F \in C^1(D).$$

$$(3) \quad \text{בנק' מסוימת בתחום } D \text{ (} (x_0, y_0, z_0) \in D \text{) מתקיים: } F(x_0, y_0, z_0) = 0.$$

$$(4) \quad \text{בנק' זו } \nabla F(x_0, y_0, z_0) \neq 0.$$

אם התנאים הללו מתקיימים אז במערכת (x_0, y_0, z_0)

$$F(x, y, F(x, y)) \stackrel{\text{מחוג}}{=} 0, \quad z = F(x, y)$$

ובחירה למדור:

אם $\frac{\partial F}{\partial y^{(n)}} \neq 0$ בערך מסוים, ניתן להציג את השואל הידוע (אולי)

הבעיה (הבעיה של היא).

לדור 2 שתיים:

כלומר, נתונה y כפונקציה של x :

$$y = \varphi(x)$$

$$F(x, y) = y - \varphi(x) = 0$$

נניח למצוא את x כפונקציה של y . כלומר, הפונקציה ההפוכה

אם $\varphi'(x_0) \neq 0$ אז φ היא פונקציה חד-חד-ערכית בסביבת x_0 .

$x = \psi(y)$ בסביבת מסוימת של x_0 .

(ג) זה כמובן בהנחה: $\varphi(x) \in (a, b)$ עבור x בסביבת x_0 .

של היא).

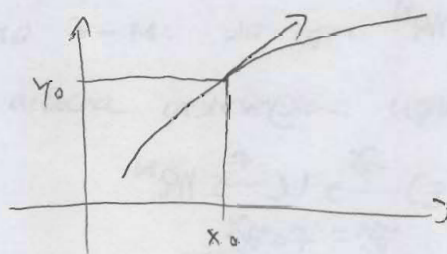
כלומר, נניח למצוא את הנגזרת של x כפונקציה של y .

$$y = \varphi(x)$$

אם מה נתון?

$$\frac{dy}{dx} = \varphi'(x), \quad \varphi'(x_0) \neq 0$$

$$y_0 = \varphi(x_0)$$



ונניח למצוא את הנגזרת $\frac{dx}{dy}$ של היא:

$$\psi'(y) = \frac{dx}{dy} = \frac{1}{\varphi'(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} = e'(x)$$

למה זה?

$$\frac{dx}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = e'(x) \frac{dx}{dy}$$

נכפול ב-2

$$1 = e'(x) \frac{dx}{dy} \Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{1}{e'(x)}$$

שאלה 1

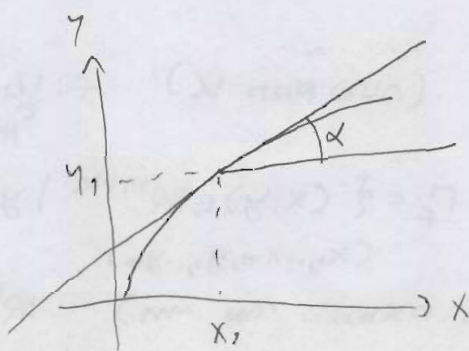
$$y' = f(x, y)$$

השאלה:

$$|x - x_0| < a$$

$$|y - y_0| < b$$

כאשר $(x, y) \in D$ נניח סביבה רגילה:



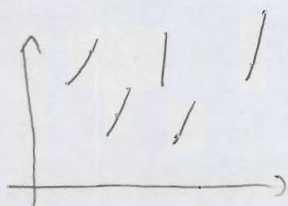
נניח $e = f(x, y)$ ברור, נניח:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad \text{אם } \alpha = \tan^{-1} f(x, y) \quad \text{אז } \frac{dy}{dx} = \tan \alpha$$

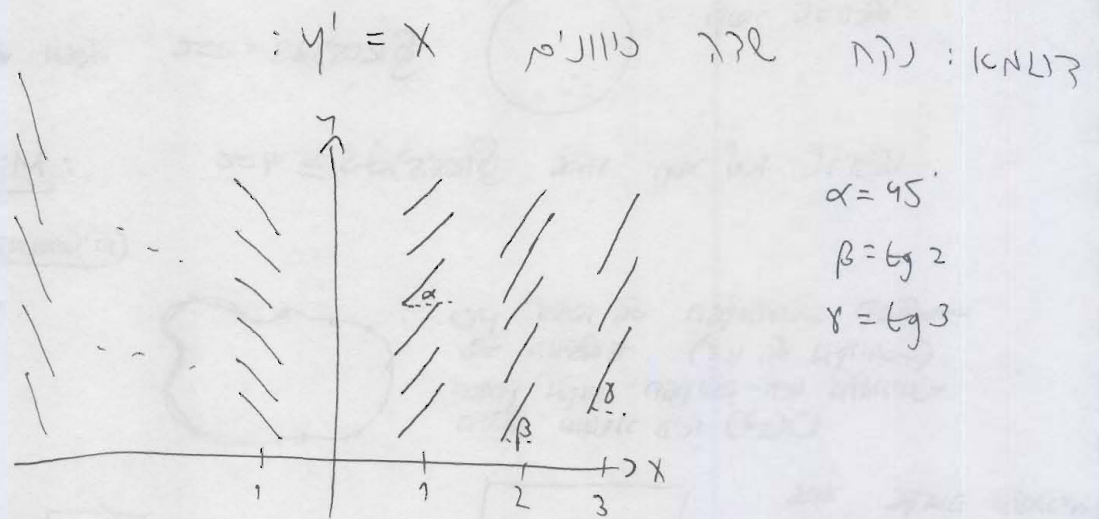
הקו הישיר בין הנקודה לבין הציר ה-x

שאלה 2

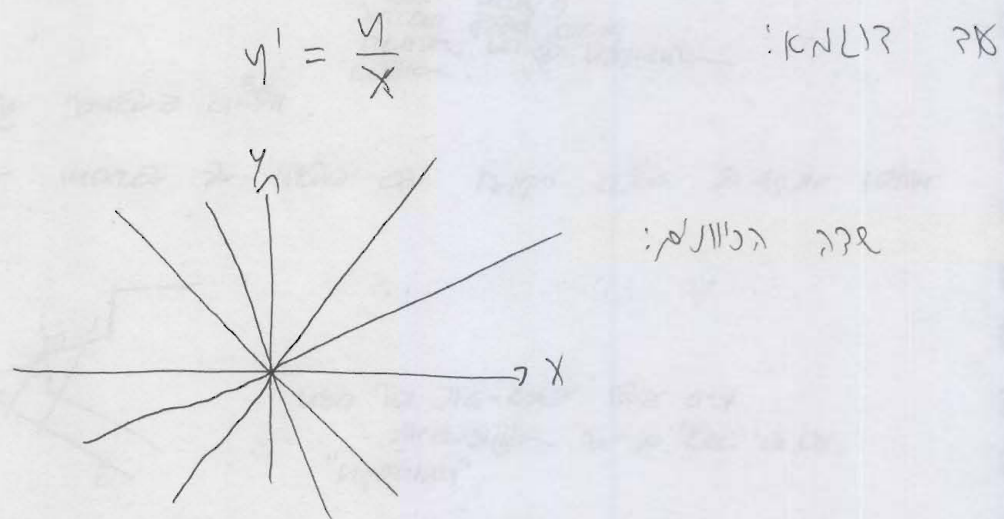
השאלה: כיצד נקבעת המידת?



מצבים בתחום שמעל ומצב קו גבול נק' שלילי
הנורמל.



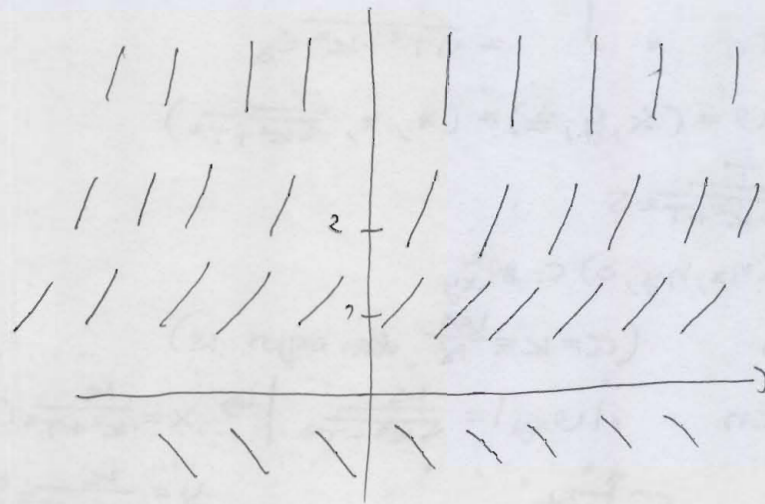
שליש אף גום נמצא בתחום, אם נוסף לו קבוע הוא עדיין
יהיה בתחום, וזה מסייעי סר התחום אנו מכילים: $y = \frac{x^2}{2} + C$



הפתרון במקרה הזה הוא $y = \alpha x$

עמה זה אבד? יש משוואות דו-אופן אין לנו ~~פתרון~~ בתחום
אנליטי, וגאומטרי לדג כיוונים ניתן לראות קיומם & הפתרון.
במקרה הבא נראה צולמא נוספת שמחילה זו (אנו במקרה
יודעים את הפתרון, אבל הוא לא טריוויאלי כמו קשרי הצולמא/ת
במקרה זה).

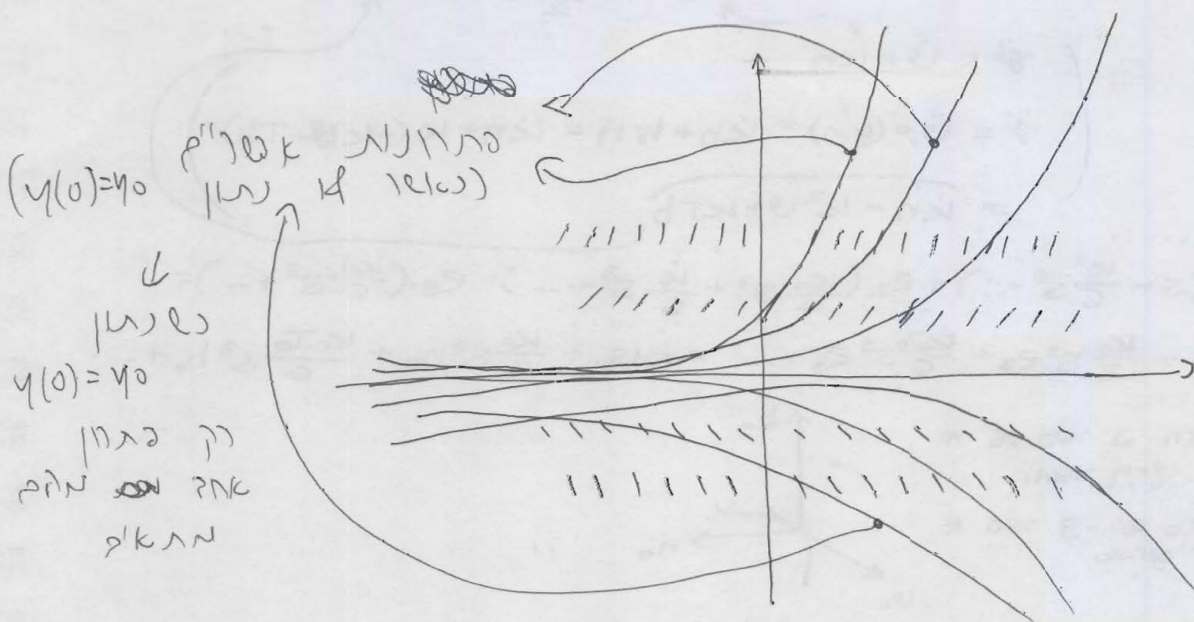
צולמל נוסמ: $y' = y$ (שם זל ללל תלוי ק-ז)



לכז
הכיוונים:

כח מלל בתון זיאוטלרי לזכז קוש: $\begin{cases} y' = y \\ y(0) = y_0 \end{cases}$

מלל בתון זיאוטלרי לשמזמ מלל קו שזכז בקודק
המזמ ("ההמל"ת") ומזוז בתון לזכז הכיוונים (לומר שזק
לכווי הזכז):



בתון (כשז) אכז"מ
($y(0) = y_0$)
לשמן
 $y(0) = y_0$
זק בתון
אזכ מלל
מלל

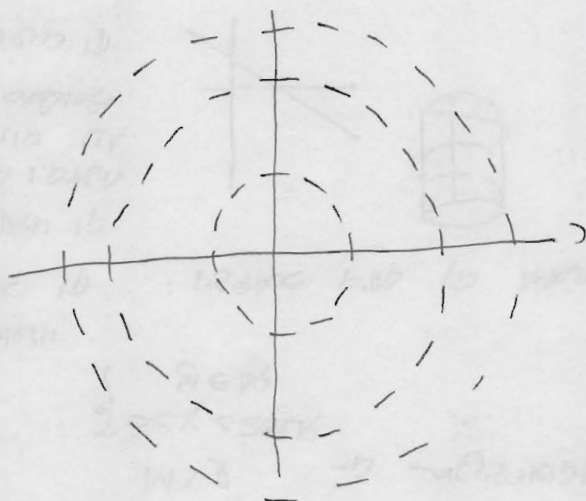
(הזכז) ל זכז שזו, אזל הרמון שזכז למלל קוז שזכווי הזכז
שיזמז מסכז ל שזמז קז).

לנו יזוז כי הזכז: $y = C \cdot e^x$

$$y' = -\frac{x}{y}$$

קולטא מסמ ואחרונה:

נסתב א לזה הכוונת (ומתנו נראה קצתן אה הערתן):



הערות במקרה זה:

$$y = \pm \sqrt{R^2 - x^2}$$

$$y' = f(y)$$

ע' מסמ 1. (מחול) /

הערות רשומות מסמ

נראה מסמ שאלה אחרות

$$\frac{dy}{dx} = f(y(x))$$

אם $y = y(x)$,

אם $\frac{dy}{dx} \neq 0$ עבור $x \in [a, b]$ גלשו, ע' שלם הסגורה

נ'תן ארצ' אה א כוונ' א y : $x = x(y)$, ומתק"ם:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}}$$

נאס:

$$\frac{dy}{dx} = f(y) \Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{1}{f(y)}$$

ואה זה אמתנו כהר וקצתן אפילו אינטגרצ'ה א' y :

$$x(y) = \int \frac{1}{f(y)} \cdot dy$$

$$\frac{dy}{dx} = f(y)$$

שם? זמן ארוך: מלא:

$$\frac{dy}{f(y)} = dx \quad / \int$$

$$\int \frac{dy}{f(y)} = x$$

$$y' = y$$

$$\frac{dy}{dx} = y \Rightarrow \frac{dy}{y} = dx$$

מלא:

שם:

$$x = \int \frac{dy}{y} = \ln |y| + c$$

מכאן: אינטגרציה:

היטו בתוך גליל, כשה זמן ארוך מלא, כשה x (אלהים) לא ניתן לשלם כלל, גבורה מבוטת, במקרה זה p

$$|y| = c_1 e^x \Rightarrow y = c_2 e^x \quad \left(\begin{array}{l} c_2 > 0 \\ c_2 < 0 \end{array} \right) \rightarrow \begin{array}{l} \text{יכול להיות גם} \\ \text{חיובי וגם שלילי} \\ \text{שניהם בתוך} \end{array}$$

$(c_1 > 0)$

שם: הפרדת משתנים:

$$y' = f(x) g(y)$$

שם: משוואה מקבוצה:

$$y' = \sin x \cdot \cos y$$

שם: מלא:

אם y_0 הוא נקודה שבה $g(y_0) = 0$ אז $y \equiv y_0$ הוא פתרון (ר' תנ' של שם בתחילת, אם לאת' מ' שם הפרדת משתנים) (ה'ח'ק)

$$\frac{1}{g(y)} \cdot \frac{dy}{dx} = f(x)$$

שם: אם $g(y) \neq 0$: $c < y < d$ שם:

$$\frac{dy}{g(y)} = f(x) dx$$

1/10/20

1. הכן הערות שט"מ (כ"ט) שט"מ ~~שט"מ~~ שט"מ.

دھر (۵۵/۱۰)

$$\int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x) dx$$

^(*) כאן נרצה בתחילת קו"ש לבדוק את הנתונים של תנאי התחלה
ורצות סכ'מה ~~הוא~~ ~~אם~~ ~~יש~~ ~~לנו~~ אם יש לנו מסמך, אולי כן.

$$G(y) = \int \frac{dy}{g(y)}, \quad F(x) = \int f(x) dx$$

: (no) PK

$$G(y) = f(x)$$

כאן מק'ג'ם במלון גבולות ארמניה:

יורבה (1314 • גרמה ממונה 47 כסות 4) א (1616
 עבט אפסרי).

$\phi(x)$ כך $y = \phi(x)$ כל מרחב "מלא" היה נא: $G'(y) \neq 0$

$$G'(y) \neq 0$$

$\varphi(k) : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$

$$y \in (c, d) \quad \gamma_{c, d} \quad \text{in } G \quad y \quad \gamma_{c, d}$$

$$G'(y) = \frac{1}{g(y)}$$

: $\sim K S$ $\sim \Delta \theta$

[illegible]

$x \in g(y) : e$ $\mu' N' N$ $N K e$ $\mu' N' N$ $\sqrt{g(y)}$ $\mu K e$ $e ?$

[illegible]

16 ק"מ 110 ב' 103 אל' 140 (הס"ג).

במסגרת תוכנית הלימודים

$$y' = -\frac{x}{y}$$

צורת:

$$f(x)=x, \quad g(y)=\frac{-1}{y} \Rightarrow y' = f(x) \cdot g(y)$$

כאשר $y \neq 0$:

$$y dy = -x dx$$

גרף שנתון ונקודה:

$$\frac{y^2}{2} = -\frac{x^2}{2} + C$$

נסתם:

(שם לב שמספרים אלה קבועים ורק המשתנים משתנים, כי אם:

$$\frac{y^2}{2} + C_1 = -\frac{x^2}{2} + C_2$$

$$\frac{y^2}{2} = -\frac{x^2}{2} + (C_2 - C_1)$$

"C"



בשאלה מספר השווה זהו קבועם לרירות'ם זו נקודה

נשקף אחרת:

$$y^2 + x^2 = 2C \stackrel{(\text{רדיוס})}{=} R^2 \Rightarrow y = \pm \sqrt{R^2 - x^2}$$

זהו המרחק בין המרכז (0,0) לנקודה (x,y) $\rightarrow$ רדיוס

שם לב שיש עדיין לא בוא' (y מוגבלת ל-2 ערכים), אך גם איבוד

$\frac{\partial F}{\partial x} \neq 0$ אפשר למצוא נקודה (במסגרת).

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2x \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$$

לכן גם נקודה בה $x \neq 0$ אפשר למצוא נקודה במסגרת:

