30.12.08

DSP - שיעור 7

הודעות: - מועד א' עבר ל- 1.3 (מועד ב' כמתוכנן).

- יהיה חזרה למבחן של ידו. (יום שבוע, יעביר את ה הקורס)
- מבחן בחומר סגור.

• האתר עודכן.

- יהיה בוחן (תרגיל השיש האחרון). גם חומר סגור. ה החומר של אלין. הוא בוחן מגן (אמיתי) של 20%. הבוחן הוא מבחן אמריקאי. (סף שאלות) התאריך מהאתר יכול לצוץ, חכי לה.

דיברנו על ספקטרום, תדר, רוחב פס. נסגור כמה דברים בנושא ונעבור לנושא מעניין יותר: ~~[illegible]~~ מערכות.

תזכורת: תדר = $\frac{1}{\text{זמן מחזור}}$. הוא מוגדר רק עבור סינוס.
של סיגנל אחר (אפילו מחזורי) אין תדר, אפילו שיש לו זמן מחזור (טומר אמנם לא מגדירים כאת שרון). תדר מוגדר רק עבור סינוס.

עבור סיגנלים אחרים הגדרנו דבר שנקרא ספקטרום.

תדר רגעי: ניתן לחשוב על סינוס כסיגנל בעל תדר אחד וקבוע. אבל מה לגבי:

אפשר לראות כאות כסיגנל שתדר משתנה.
כך תדר רגעי הוא תדר (רגעי). נצטרך איכשהו שהוא גבול פה.
בדיוק כמו במהירות!

כדי לעשות נצטרך ללמוד על טרנספורם הילברט (~~[illegible]~~ לא דרשתי הפעם, אולי בזמני).

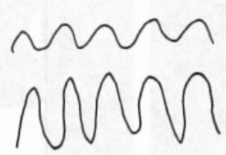
יש לנו סיגנל $x(t)$ ונכתב אותו כך: $X(t)=A(t)\cos\phi(t)$

אם A קבוע ו- $\phi(t)=(wt)$ אז פשוט היינו מקבלים: $A\cos(wt)$.

אפנון: שינוי של פרמטר או פרמטרים של סיגנל על מנת שיעביר אינפורמציה ("רושם" של מידע).

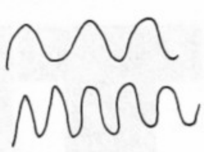
נסתכל על: $A\cos(\phi)$. הפרמטרים שלו:

- A, נקרא האמפליטודה.



(A קטן) / (A גדול) – ניתן כך להעביר ביט של מידע!

- מה ש- cos מקבל, נקרא התדר.

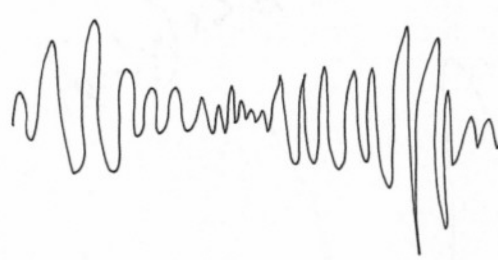


– שוב ניתן כך להעביר ביט מידע.

את שני אלה ניתן כמובן לאפנן.

זה ההבדל בין FM - אפנון לפי תדר.
AM - אפנון לפי אמפליטודה.

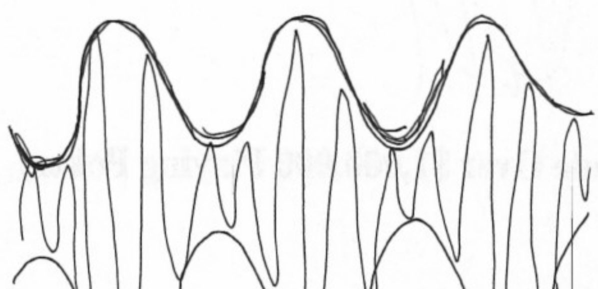
לדוגמא, נקבע תדר ונעביר מידע באמצעות האמפליטודה:



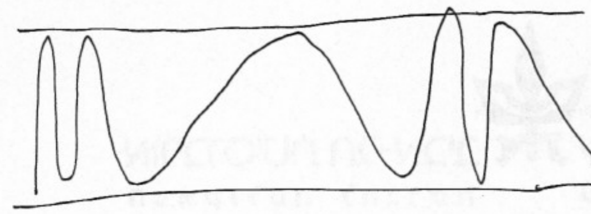
(אמור להיות באותו תדר)

נגיד נרצה לשלוח את — (קו זה) ונשתמש עבורו בתדר 2m: (באמצעות AM)

סינוס בתדר 2000



ועבור fm נעביר מוקדם כך:



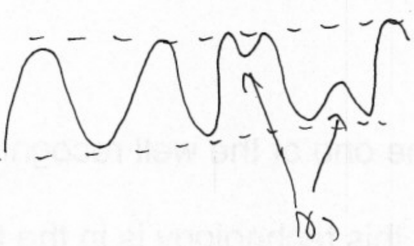
הסיבה ש-am פחות איכותי, כלומר יש בו רעש הוא:

בדר"כ לאות שלה נוספים עליו רעשים, כלומר זה 

הופך לזה: 

כמו שניתן לראות, הרעשים משפיעים על האמפליטודה, ולכן ~~מושפע~~ מורגשים ב-am. לעומת זאת, למרות שינוי האמפליטודה, התדר לא מושפע ולכן ב-fm, זה לא מורגש.

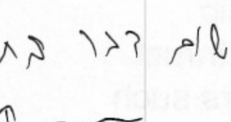
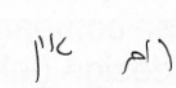
לכן נרצה לעבוד ב-fm. אם נשנה ישירות את w ב- $A\cos(wt)$

נקבל דברים כאלו:  (תרגיל לבית למה)

רעש

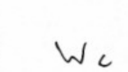
לכן נעבוד עם $A\cos(wt+\phi(t))$ ונשנה את $\phi(t)$

משפט: סיגנל שהוא נטול DC (בספקטרום אין שום דבר בתדר 0, כלומר שהמגניטודה שלו היא 0 בספקטרום נראה כך:)

ומוגבל סרט (בעל BW סופי, כלומר:  וגם: )

אפשר לכתוב ככה:

$$x(t)=A(t)\cdot\cos\Phi(t)$$

אם נסמן את התדר האמצעי כ- w_c () ניתן לכתוב כך:

$$x(t)=A(t)\cdot\cos\left[w_c\cdot t+\phi(t)\right]$$

(c עבור carrier או center).

- $A(t)$ קרויה האמפליטודה הרגעית

- $\Phi(t)$ " הפאזה הרגעית.

- $(w_c+\dot{\Phi})$ נקרא התדר הרגעי ~~ונסמנו~~ ונסמנו ב- $w(t)$. $\{w(t)=2\pi f(t)\}$

"$\dot{\Phi}$"

הילברט בא ואמר לנו איך לגלות את A ו- Φ מתוך הסיגנל.

תמיד נשאל, האם הייצוג יחיד? לא יש ∞ ייצוגים! (חשבו למה).

אבל... אנחנו ~~[illegible]~~ נתעסק בייצוג הקנוני! (והוא יחיד) הוא הייצוג בו השינויים הם הכי קטנים.

טרנספורם הילברט: $y(t)=\hat{H}\cdot x(t)=A(t)\cdot\sin\Phi(t)$

(זכרו! $x(t)=A(t)\cos\Phi(t)$)

~~[illegible]~~

שימו לב שהוא מחזיר את sin... איך נעזר בזה?

$$A(t)=\sqrt{x^2(t)+y^2(t)} \qquad \phi(t)=\tan^{-1}_{n}\frac{y(t)}{x(t)}$$

אלה הם A ו- ϕ הקנוניים! והם היחידים!

אם נגזור את הפאזה הרגעית נקבל את התדר הרגעי

am עוסק של A ו- fm עוסק של $\phi(t)$.

איך נמדוד תדר של סינוס?

נקח פרק זמן, נמדוד כמה פעמים הוא עלה וירד, ונחלק בזמן.

(ברור שככל שפרק הזמן גדול יותר, הדיוק גבוה יותר).

נניח נרצה למדוד את התדר w אבל אנחנו יכולים להסתכל על האות רק בפרק זמן Δt. את ~~[illegible]~~ השגיאה של נסמן ב- Δw.

כש: Δt קטן, Δw כמובן גדל ולהיפך.

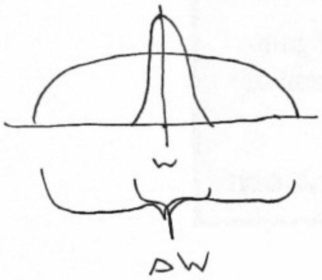
עקרון אי-הודאות: $\Delta\omega \cdot \Delta t \geq 2\pi$

(עקרון מתמטי לחלוטין!)

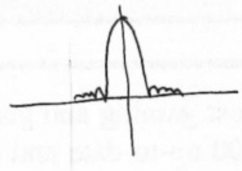
עכשיו נבין ספקטרום: אם יש לי ∞ זמן אני אציג והספק' יצא 

(קו אחד דק - כי זה סינוס בתדר אחד)

ככל שיהיה לי פחות זמן:



ומשהו כזה:



(עם זיגזגים)

כעת עוברים לחלק השני של הקורס: <u>מערכות לעיבוד אותות.</u>

מה זה? קופסא שיש לה קלטים ופלטים שהם אותות.

↓ אפס או יותר ↓ אחד או יותר

↓

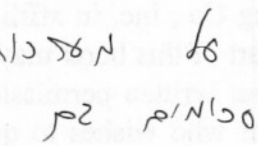
טמפר יכולה להיות מערכת בלי קלט

("יהוא מוצר סיגנלים מאיבוד") - כמו בטריה או מתנד.

בדר"כ נדבר על מערכות עם קלט אחד ופלט אחד

(יש כאלה שמסכימים גם שהפלט לא יהיה רק אותות, כמו גלאי שמקבל אות ומחזיר ערך בוליאני - האם זה הגל שרצינו או לא).

תרגול: נקח פסודו-מערכת וננסה האם זה מערכת לעיבוד אות.



1. $x = y$ כן! (הוא לא ממש עבד ומשהו...)

2. $y = K$ (קבוע) כן! (אף אחד לא אמר ש-y צריך להיות תלוי ב-x. כמו אוסצילטור גם מוציא y=sin ולא קרוע)

3. $y = \pm\sqrt{x}$ לא!! (-לא מוגדר היטב. פלוס או מינוס?! -מה לגבי x<0. y יהיה מרוכב וזה לא אות!)

4. מתכון להכנת הפיצה

$$\text{פיצה} \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow \text{מתכון להכנת הפיצה}$$

לא! (פיצה זה לא אות. מתכון זה לא אות.)

איך נתקן? אפשר לסרוק תמונה של הפיצה ולהמיר את המתכון ל-ASCII.

5. $y=\sin\left(\frac{2}{t}\right)$ לא! (y אינו אות כי BW אינסופי)

6. $y=\int_{-\infty}^{t} x(t)dt$ כן! והיא אפילו מעניינת. נקרא לה אינטגרטור.

7. $y=$ טרנספורם פוריה של X. לא! (FT פשוט מציג את X בציר התדר! מערכת לא משנה הגדות)

8. כן! אם מקליטים אותות אלקטרומגנטיים מהאוויר (מתרגמים לאות מאמרה). מה לגבי הפלט... תמונה זה לא אות...
אבל גם באות היא מגדירה באות כזה:
(פסורות)

9. ממיר D/A (הופך D ונותן A) כן! למה לא? אמרנו איפה זה הוגן צריך דגימה/להוציא.

מערכת שנכנס לה בסוף תוצר אותו, את שיוצא אותו איתו, ונוציא את האות המאופן.

לינאריות

1. $y=ax$ מכפיל אז, (אז הופך פאזה)

$$x \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow y=ax$$

$y_1 \leftarrow x_1$

$y_2 \leftarrow x_2$

$c\cdot y_1 \leftarrow c\cdot x_1$

$y_1+y_2 \leftarrow x_1+x_2$

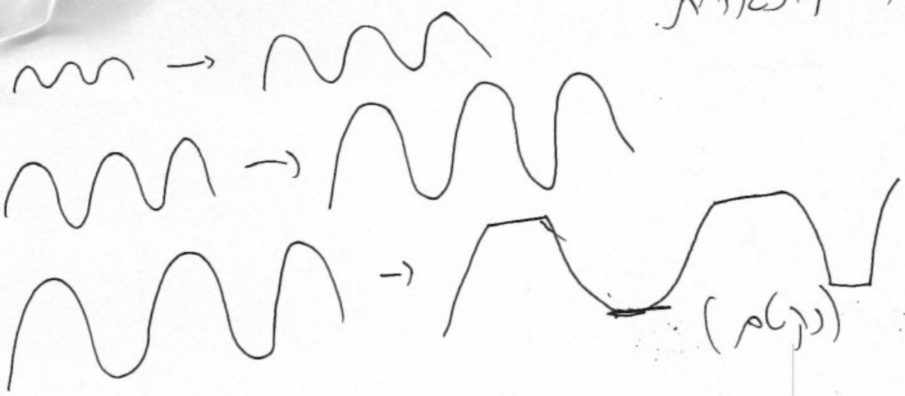
מערכת שמקיימת את שני התנאים האלו נקראת מערכת לינארית.

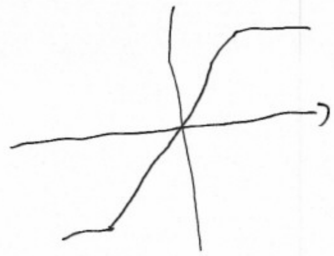
($y=ax+b$ לא לינ')

$ay_1+by_2 \leftarrow ax_1+bx_2$ ← תנאי אחד שקול לשניהם.

2. $y=x+\varepsilon x^2$ לא לינארית!

לא לינארית.

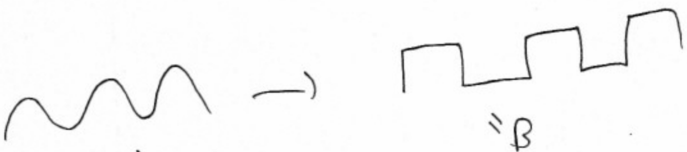




(נקלם)

לא לינארית.

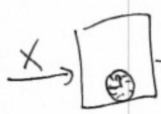
4. $y = \text{sgn}X = \begin{cases} +1 & X>0 \\ 0 & X=0 \\ -1 & X<0 \end{cases}$



"A   "B

$2 \cdot A \longrightarrow B$

מערכת עם שעון:



$y = \begin{cases} X & \text{עד 6:52} \\ 1000 & \text{אחרי זה} \end{cases}$

המערכת מגיבה על אחר:
אינווריאנטית לפי הזמן!
(TI)

פורמלית:

$$X_n \longrightarrow Y_n$$
$$\Downarrow$$
$$\hat{Z}^m X \longrightarrow \hat{Z}^m Y$$

הגדרה: מערכת שהיא גם לינארית וגם אינווריאנטית לפי הזמן
נקראות <u>מסנן</u> (פילטר).

למה קוראים למערכת כזו מסנן? (*)

מה זה מסנן? כמו פילטר קפה, כמו פילטר אור ⇐ מה שיוצא היה חייב להכנס!

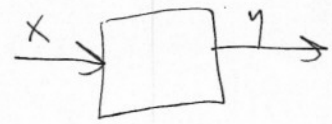
נכנס מים יוצא מים.   נכנס אור יוצא כחול

נכנס אור אדום - לא יוצא כלום!

(*) מה שיוצא בערוץ התדר חייב להכנס! לא יוצאות תדרים שלא נכנסו!
ואת זה אנחנו נוכיח אפילו 3 פעמים!

לינאריות + TI ⇐ מה שיוצא חייב להכנס.

אם $y_n=f(x_n)$ המערכת נקראת <u>ללא זיכרון</u>.



(שימו לב! לכאורה זה נראה הכי טוב, אך זה הכי כללי: $y_n = f(x_{-\infty},\dots,x_{n-1},x_n,x_{n+1},\dots,x_\infty)$)

אם: $y_n=f(x_{-\infty},\dots,x_\infty,n)$ היא לא TI!

אם: $y_n = f(x_{-\infty},\dots,x_{n-1},x_n)$ היא נקראת סיבתית/קוזלית! (causal)

איך נבנה מערכת לינארית, TI וסיבתית?

נראה דרך (היא <u>אחלה</u> הכי כללית):

$$y_n = \sum_{l=0}^{?} a_l \cdot x_{n-l}$$

מספר כלשהו אפשר גם ∞.

למה TI? כי אין תלות ב-n!

למה לינארית? תרגיל לבית!

נקח סופי:

$$y_n = \sum_{l=0}^{L-1} a_l \cdot x_{n-l}$$

איך נממש במחשב? באמצעות איטרציה, משהו בסגנון:

```
y ← 0
loop:
  y ← y + a_? x_{n-?}
```

זה FLOOP! ←

FLOOP - איטרציה שידוע כמה פעמים בדיוק תתבצע. (Finite)

BLOOP - " שתסתיים אם לא ידוע אחרי כמה איטרציות (Bounded)

GLOOP - " שאולי לא ידוע שתסתיים. (General)

איך במערה:

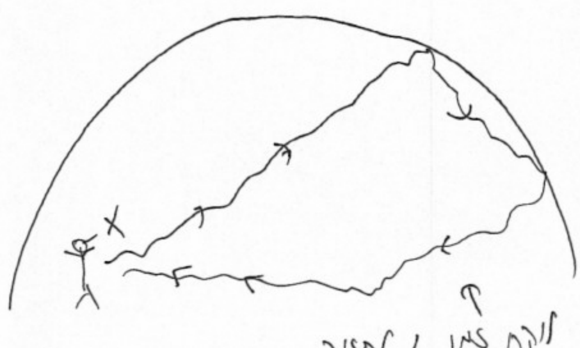
שמשמיע X. מה ישמע?

$$y_n = x_n + a_L \cdot x_{n-L}$$

כי שומע את עצמו

הגבר של התנגשות בקירות

מה שאומר לפני L זמן



לוקח זמן L לחזור

למשל תוצר מהצורה מקוממת: $y_n = x_n + a_1 x_{n-1} + a_2 x_{n-2} + \cdots + a_L x_{n-L}$

המבנה של המעגל 'מעביר' (גורם לתהודה) לתדרים מסויימים.
אבל... לא יגביר תדרים שלא אמרתי!

ההגברה היא כמו בבקבוק קולה מצפצפת:
כשאני עושה רוח לבפנים, אני שדר שהוא כמעט לבן
(כל התדרים באותה עוצמה) ואם מגיע
כך $\sim$ וחוזר $\sim$ הוא יוגבר, אם יחזור $\frown$ יתבטל).
לפי רמת המים נוכל לבחור את התדרים שיוגברו!

קונבולוציה: סכום של מכפלות כשאחד עולה (באינדקס) והשני יורד והסכום קבוע!

$$y_n = \sum_l a_l x_{n-l}$$ (והוא האינדקס של הקונבולוציה)

בשיעור הבא נראה שלמדנו קונבולוציה בכיתה ג' אך המורה לא אמרה לנו (המילה ארוכה מדי לכיתה ג')

יש לנו סיגנל קבוע X:

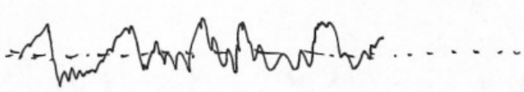
$X = k$

אבל לא נותנים לנו להסתכל על X.
אלא על y

$y = X + \nu$

רעש שנקרא נ

נאמר y נקרא כך:



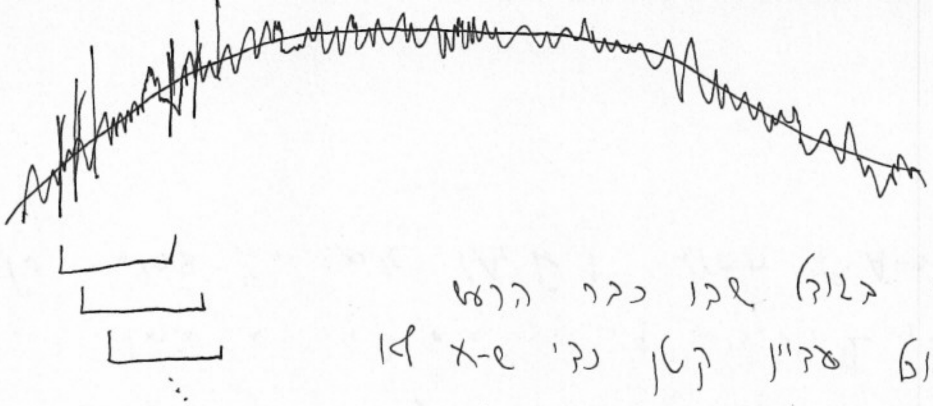
(נניח של-ν אין רכיב DC,
כלומר הממוצע שלו הוא 0.)

איך נגלה את X? תוחלת! (ככה הוא קורא לממוצע) נסמן ב- $\langle\cdot\rangle$:

$$\langle y\rangle = \langle X+\nu\rangle \underset{\text{תוחלת לינארית}}{=} \langle X\rangle + \langle \nu\rangle = \langle X\rangle$$

$$\left(k \approx \frac{1}{L}\sum_{l=0}^{L-1} y_n\right)$$

ומה אם X לא קבוע אלא משתנה לאט?



ניקח מרחק בגודל שבו כבר הרעש
שממוצע אבל עדיין קטן כדי ש-X לא
משתנה יותר מדי. ניקח את הממוצע. נזיז את החלון ושוב
ממוצע ושוב ושוב. השיטה נקראת MA= moving average.

$$X_n \approx \frac{1}{L}\cdot\sum_{l=-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} y_{n-l}$$

אבל הבאו: עכשיו X משתנה מהר!

נשתמש במשקולות:

$$X_n \approx \sum_{l=-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} a_l \cdot y_{n-l}$$

MA = קונבולוציה עם מסנן. ראינו למה לא להשתמש בזה:
- האיש במעלה
- כדי למחוק את הרעש (המסנן עצר את הרעש, סינן אותו, העביר רק את הסיגנל, כמו שציפינו!)

נראה ש:
- אינטגרטור
- גוזר
- טרנספורם הילברט

הם מסננים.

בשיעור הבא נגיד עוד 2 שמות ל-MA ונרחיב את
המסננים למסננים רקורסיביים (המסנן הכי G!)