

26.5.09

סימוכין - גרסאות

בעיה Gap - הלשך

נניח כי $\sim$ בעיה $Gap-IS[\alpha, \beta]$ היא NP-קשה. SE:

1. $Gap-Clique[\alpha, \beta]$ היא NP-קשה.
2. $Gap-VC[1-\beta, 1-\alpha]$ היא NP-קשה.

הוכחה

1. נניח כי הבעיה שלמה-הסדר הבאה:
 $G = (V, E) \mapsto \bar{G} = (V, \binom{V}{2} - E)$
 (כאשר $\binom{V}{2}$ הוא כללית V בחזקת 2)

נניח כי הבעיה IS קשה באופן G - $\bar{G}$.
 אזי קיים IS באופן G - $\bar{G}$.

2. נניח כי קבוצה S היא IS אכן $V-S$ היא VC .

אם S היא IS ונניח $V-S$ אינה VC אז קיים קשר
 (u, v) שבו $u, v \in V-S$ ולא מכסה, כלומר $u, v \in S$, קטגוריה
 של S היא.

אם $V-S$ היא VC אז S אינה IS (אם S אינה IS אז
 או V אינה VC , או V אינה VC ויש $u, v \in S$,
 כלומר S אינה IS).

בהינתן S , הבעיה היא IS או VC קטגוריה
 באופן IS באופן VC או VC באופן IS .

$$E[\text{size of (cut)}] = E\left[\sum_{e \in E} x_e\right] = \sum_{e \in E} E[x_e] = \frac{1}{2} \cdot |E|$$

↑
התנאי
ההתנאי

גומר, גומל, אף התקן הוא $\frac{|E|}{2}$. כך למשל הוא ממוצע שוקלם
 ב האפשרויות האפשריות, ולכן לא יתכן שהתחלה יהיה גדולה
 מהאפשרות הגדולה ביותר. לכן בהכרח קיימת האקרה (כאמור התקן)
 שאורכו עומד על $\frac{|E|}{2}$.

כע"מ CSG (Constraints Graph)

הקצ"מ: G , Σ א"ב, ופונקציה $\psi: E \rightarrow \mathcal{P}(\Sigma \times \Sigma)$ (Σ היא קבוצת "הכספים")
 א"ב כע"מ האופייני-נציה ניתן להאדיר בעזרת דברים (אנחנו
 שקולות!), קאמלצט הקונקציון או באמצעות הקצ"מ:

CSG_v

צביעה חקירה היא ~~היא~~ פונקציה חקירה

$$A: V \rightarrow \Sigma \cup \{\perp\}$$

↑
"אין קצ"מ"

כך נאמר $(u, v) \in E$ כך ש- $A(u), A(v) \in \Sigma$

לחקירה: $(A(u), A(v)) \in \psi((u, v))$

(כאמור קשה שיש קונקציות נכבדות, אכן

נכבדות האופן חוקי).

האמצע: לחקור א"ב כע"מ הקונקציות

שנכבדות (כאמור ש- $A(v) \in \Sigma$).

CSG_E

צביעה חקירה היא ב צביעה חקירה

$$A: V \rightarrow \Sigma$$

האמצע: לחקור א"ב מספר הקצ"מ

$(u, v) \in E$ חקירה:

$$(A(u), A(v)) \in \psi((u, v))$$

אז אלוזים ציטאציה בעוד קשה ומאד אולי. בעזרת דבר אולי אפילו
 הן חקירה פה א"ב. נראה מספר ציטאציה:

1. בעזרת צביעה א"ב: בהינתן א"ב G ומספר k , האם קיימת

צביעה ב- k צביעה?

נראה בעזרת כע"מ CSG_v : הא"ב הן המספרים $1, 2, \dots, k$ וצביעה חקירה חקירה

היא ב צביעה א"ב שני צביעה שונים. האמצע: צביעה א"ב בציטאציה.

(קל לראות שיש קצ"מ באמצעות CSG_E).

2. Max-Cut: י"י ציב CSG_E נכונה ל $\Sigma = \{1, 2\}$. G גרף $E \in e$.
הצביעו חלוקה בין כל צמד קצוות על הצדדים המקבילים
שקיים.

3. Σ : $\Sigma = \{x\}$, CSG_V ה- Σ (י"י קצוות) Σ .
הצביעו Σ י"י: G גרף $E \in e$, $\psi(e) = \emptyset$.