

סיכור'ל - ש'לור 4

24.3.09

הערה: בעיה היא NP-קשה אם י הכוללית מט בעיה NP א'ה

בעיה היא NP-שלמה אם היא ב-NP ו-NP-קשה

נשא הוא ש שיה שיה NP-שלמה הלא. (ראה צוגה לבטי NP-שלמה

הערה

$TMSAT = \{ \langle \alpha, x, 1^n, 1^t \rangle \mid \alpha \text{ מציג שאלה } x \text{ מציג } t \text{ זמן} \}$

משפט TMSAT היא NP-שלמה

הוכחה TMSAT שיה NP-ש כי ניתן להמיר דט מההצורה ביה

דט ואז המציג יק צריך לספק מ האחרים אם לזמן ד
אזכור שהוא עולה ומקט. אבל העז הוא מ, ושלם הריב הוא
 $p(n)$ ופניהם פו' בקט $(t+n)$.

שים לב! אל היינו גערים ב-TMSAT ~~אם~~ הריב'יה
 $\langle \alpha, x, 1^n, 1^t \rangle$ אל היינו יכולים לרד במען פו' בקט!

נראה שהצורה קשה NP. אבל ל שיה ב-NP וכולה רבוק'יה
ה-ל TMSAT. ע'ה ההנחה קיים מוצא מ שיה במען
(ואז)ק ומעל בעדס באר (ואז)ק צדי סליוני ק,ק בינע
קט, x , הכוללית מציג מ הריב'יה $\langle \alpha, x, 1^n, 1^t \rangle$.

נעז עכוכה שהכוללית רב במען פו' ולכוכה ופניהם
נעזי נא עקב החדר ברב.

כעס! שיה נאון בקוודי רשע - רלג אפנו יוצא מ
ק י-ק וכן, המציג דט כי נם עתוכ דאב, נא א
אל ג'ל'ים, כעס אפנו י.

הוכחה קוק-ליבין (Cook-Levin)

נוסחה CNF היא AND ו-OR של משתנים ושלילי.
 לדוגמה: $(x_2 \vee \bar{x}_5 \vee x_9) \wedge (x_3 \vee \bar{x}_4) \wedge \dots$

הבעיה: $SAT = \{ \varphi \mid \varphi \text{ נוסחה CNF סבירה} \}$

המשפט: SAT היא NP-שלמה.

קראו לה בעיה ה-NP ולכן קק זכר פחותה להיא NP-קשה.

שלל תנאי: אקראיים בזיכרון CNF את הבעיה $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = (y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$?
 (כאשר $y_1, y_2, \dots, y_n$ ביציג)

נראה שאין: $(x_1 = y_1) \wedge (x_2 = y_2) \wedge \dots \wedge (x_n = y_n)$

אם סמנו נקודה לראשית $x_i = y_i$ נראה שאין ק:

$(x_i \vee \bar{y}_i) \wedge (\bar{x}_i \vee y_i)$ (לא נקרא ש- x ו- y ו- $x=1$ או $y=1$ או $x=0$ או $y=0$)

אם תנסה סדר הוא $O(n)$.

אזכור: לכל פונקציה $f: \{0,1\}^k \rightarrow \{0,1\}$ יש נוסחה CNF שקולה לה באורך $O(2^k)$.

העניין בהוכחה: מנסים לבנות האם ואלו שבה פונקציה F מוגדרת. הבעיה היא: האם יש נוסחה CNF שקולה לה באורך $O(2^k)$.

הוכחה (Cook-Levin)

נניח שיש פונקציה F המיושמת על ידי מעגל לוגיקה. הבעיה היא: האם יש נוסחה CNF שקולה לה באורך $O(2^k)$.

אם L שבה לכל n קיימת פונקציה F_n המיושמת על ידי מעגל לוגיקה. הבעיה היא: האם יש נוסחה CNF שקולה לה באורך $O(2^k)$.

נראה ש $\mathcal{L}$ אינו פתוח
 $x \in \mathcal{L} \iff x \in \mathcal{L} \iff x \in \mathcal{L}$
 סתירה
 סתירה
 סתירה

משפט Σ מונח $\mathcal{L}$ אם ורק אם $\mathcal{L}$ סגור תחת $\cap$, $\cup$, $\bar{}$, δ ו- ϵ .

אברהם אייזיק - צווייטער ים (פאר) און פונקטן אברהם
 8, 9. וואס פאר אברהם איז אברהם

הנכנסת x היא נוסח $(p(x))^2$ ונכנסת כוללת, שהיא x עצמה.
ההפרש x נכנסת הכוללת (x) היא x עצמה.

Hand-drawn sketch of a grid with 4 rows and 5 columns. The rows are labeled 0, 1, 2, 3 on the left. The columns are labeled with 0, 1, 2, 3, 4 at the top. The grid is drawn on graph paper. The label $p(x)$ is written at the bottom left.

[illegible]

התשובה היא: AB, AC AND - N $\rightarrow$ W $\rightarrow$ Ex $\rightarrow$ Ex

④ מנהל התורה: הסדר הישעני נמצא כן:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$$

(2) $\Delta H_{\text{rxn}} = 0$: $\Delta H_{\text{rxn}} = \Delta H_{\text{f}}(\text{products}) - \Delta H_{\text{f}}(\text{reactants})$
($\Delta H_{\text{f}}(\text{H}_2\text{O}) = -285.8 \text{ kJ/mol}$)

③ מתי התקדמות: כל (ואז) $t \leq 0$ נבדוק:

④ מתי יהיה לא מתנה בלי רמס. כלומר, כל $t \leq 0$, $t \leq 0$

אין יחס אמיתי אל מות התאין זהה.

(2) כנסת הדמוקרטיה: על מנת
 להבטיח את חירות הפרט, יש
 להגביל את כוח הממשלה.

בער נאך צווייטע זייטע און דאס איז
 גענוג, ווייל דאס איז גענוג, און
 דאס איז גענוג, און דאס איז גענוג.
 און דאס איז גענוג, און דאס איז גענוג.
 און דאס איז גענוג, און דאס איז גענוג.
 און דאס איז גענוג, און דאס איז גענוג.

הערות נ"פ 172 SAT 11/11 מול DNF?

הצגת DNF- $\exists$ היא $P \rightarrow Q$. הצגת DNF- $\forall$ היא $(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$.

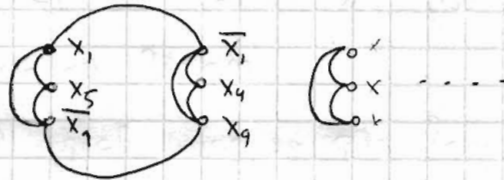
הוכחה. קל לראות כי $INDSET \in NP$. נראה כי היא NP-קשה.
 מצמצום מ-SAT. נתון הבעיה SAT. נרצה להפוך אותה לבעיה INDSET.

ה'תש"ס י"ב י"ג י"ד י"ה י"ו י"ז י"ח י"ט כ' כ"א כ"ב כ"ג כ"ד כ"ה כ"ו כ"ז כ"ח כ"ט ל' ע"א ע"ב ע"ג ע"ד ע"ה ע"ו ע"ז ע"ח ע"ט פ' פ"א פ"ב פ"ג פ"ד פ"ה פ"ו פ"ז פ"ח פ"ט צ' צ"א צ"ב צ"ג צ"ד צ"ה צ"ו צ"ז צ"ח צ"ט ק' ק"א ק"ב ק"ג ק"ד ק"ה ק"ו ק"ז ק"ח ק"ט ר' ר"א ר"ב ר"ג ר"ד ר"ה ר"ו ר"ז ר"ח ר"ט ש' ש"א ש"ב ש"ג ש"ד ש"ה ש"ו ש"ז ש"ח ש"ט ת' ת"א ת"ב ת"ג ת"ד ת"ה ת"ו ת"ז ת"ח ת"ט י"א י"ב י"ג י"ד י"ה י"ו י"ז י"ח י"ט כ' כ"א כ"ב כ"ג כ"ד כ"ה כ"ו כ"ז כ"ח כ"ט ל' ע"א ע"ב ע"ג ע"ד ע"ה ע"ו ע"ז ע"ח ע"ט פ' פ"א פ"ב פ"ג פ"ד פ"ה פ"ו פ"ז פ"ח פ"ט צ' צ"א צ"ב צ"ג צ"ד צ"ה צ"ו צ"ז צ"ח צ"ט ק' ק"א ק"ב ק"ג ק"ד ק"ה ק"ו ק"ז ק"ח ק"ט ר' ר"א ר"ב ר"ג ר"ד ר"ה ר"ו ר"ז ר"ח ר"ט ש' ש"א ש"ב ש"ג ש"ד ש"ה ש"ו ש"ז ש"ח ש"ט ת' ת"א ת"ב ת"ג ת"ד ת"ה ת"ו ת"ז ת"ח ת"ט

שם המדען: ד"ר דניאל גולדברג

בהינתן נוסחה ϕ גזירה E3CNF, ניקח עבור ϕ $\mathcal{L}_\phi$
 הוא קולקציה, ונתהר בין $\mathcal{L}$ של $\mathcal{L}_\phi$ הוא $\mathcal{L}_\phi$ וכן $\mathcal{L}_\phi$
 ושל $\mathcal{L}_\phi$. בהינתן הנוסחה: $\underbrace{(\bar{x}_1, x_1, x_2, \bar{x}_2) \vee \dots \vee (x_n, \bar{x}_n, x_{n+1}, \bar{x}_{n+1})}_{\text{סה"כ } m \text{ טאגים}}$

תקן זה



הנה לפני כ' שנים
היה זה שנה של
הנה זה שנה של
הנה זה שנה של

נכתב בכיוון: אם יש ספק, אז ק"מ קבוצה ב"ה באופן זה: חלק זה נקרא

פוסט נקרא נצ"ט שאם לא הסתבר, הסתבר

אם ק"מ קבוצה ב"ה באופן זה אז ההמשך הוא כחול

נצ"ט אחר-כך אלה (למה?). נ"מ להסדר עשרה הלה

מסקנה ע"י כי שנים לא נשקף T או F בהמשך

ע"מ שהוא ~~הוא~~ (או אולי) אולי בקבוצה הב"ה. אם

קבוצה א"מ מופיע, נקרא מ"מ.

הצגה: הוכח כי CLIQUE היא NP-מהירה. (אם אובייקט: INSERT מ-INSERTION)

הוכח: הוכח כי VERTEX COVER היא NP-מהירה.

איך נאפט הבעיה NP-קשה?

1. נאפט עקריה אה הבעיה.
2. נבדוק אז הבעיה לא באלה כפי שחשבונו (בדיוק אבדור יקראק להקלוק, אהל)

צואמה אוקיה עכר היא בעיה הסמך הנוסע:

סהבעיה היא NP-קשה

1. אהל. נקריב? ומסבר שזה קשה לעקריב זל קראם
 2. אהל. הכרז מילכס מוחקיו בין נקויה קמיסור לא גמיה
- ואם אק בן, כפי עדיין NP-קשה.

(3=) 1+2. יש אלאורקל יעיל שמקריב ער כפי. 99% על עדיפם אביעו אהמסור

סוז לא העדקן בדיוק לה לה
אומר עקריב ער כפי קקול, אהל לעדור
זלמא קהמער.

דיכוס לעומת החחלטה

קל לכאמ שבע"ה החיכוס קשה לסמך כמ בעיה החחלטה (סמך)
הבעיה (NP). נראה כי עמור א בעיה שיהא NP-שמה, א החחלטה
עמור א בעיה החחלטה, נאט לעמור א בעיה החיכוס

משפט אם $P=NP$ אז על $L \in NP$ ומעמור מ עמור, נאט לעמור
המאן בול' ער עמור א $L \in P$ נאט.

הערה כפי מכאר טאט ל שיהא NP-שמה, אם יש מדיקן יעיל
ל- L אז אם יש אכסור עמכוס עדיפם ע-ל בקריה יעיל
(וכן ע) שכי אחרת ב-NP.

3.7 מרחק סבוכות [AB2.6]

coNP

הבעיה: $coNP = \{L \mid L \in NP\}$ (שאלה אם $coNP$ היא תת-קבוצה של NP היא תמידית, ואם כן, ואם לא)

הבעיה שקולה לבעיה L היא $coNP$ אם

קיים פונקציה p ופונקציה M של p סוף, כך ש-

$$\forall x \quad x \in L \iff \forall w \in \{0,1\}^{p(x)} \quad M(x,w) = 1$$

או בצורה שקולה

$$\forall x \quad x \notin L \iff \exists w \in \{0,1\}^{p(x)} \quad M(x,w) = 1$$

משפט הוכחה שקולה.

$$CNF-EQUIV = \{ \langle \phi, \psi \rangle \mid \phi \text{ ו-} \psi \text{ שקולים, כלומר: } \forall c \quad \phi(c) = \psi(c) \}$$

אין נראה שהיא $coNP$? נניח להראות שהיא NP (העצם זה)

קל שכן אין מסתמך סוף. אך אנחנו לא יודעים אם היא $coNP$

הוכחה: נניח להוכיח שקולה $\phi \equiv \psi$ כלומר $\forall x \quad \phi(x) = \psi(x)$.

אם באמת $\phi \equiv \psi$ אזי $\forall x \quad \phi(x) = \psi(x)$, מן הצד השני.

הבעיה נמצאת ב- NP אם $coNP$ בעל AP

או NP בעל $coNP$ (אם NP היא $coNP$)

משפט SAT היא $coNP$ -שלמה

הוכחה: מכיון ש- $SAT \in NP$ נניח ש- $SAT \in coNP$.

אז L של SAT היא $coNP$. לפי Cook-Levin

יש רזוקציה פולינומית $L \leq SAT$. אזי רזוקציה פולינומית

היא רזוקציה פולינומית $L \leq SAT$ וקל לראות ש- SAT היא

$coNP$ -שלמה.

הערה בעזרת משפט זה, אפשר להוכיח ש- $co(NP\text{-complete})$ היא תת-קבוצה של $(coNP)\text{-complete}$, ולכן.

CNF-EQUIV היא coNP -שלמה.

הוכחה: גילן שהיא coNP . נראה בדיוקיה $\neg \text{SAT}$.

בהינתן קצת נוסח CNF φ נוכל כמילא את הסוג

$\langle \varphi, x, \neg x \rangle$. אז φ לא סבירה, גרסה שקולה, אחרת לא. ק

לכאן כי בדיוקיה פשוט.

EXP & NEXP

$$\text{EXP} = \bigcup_{c \geq 1} \text{DTIME}(2^{n^c}) \quad \text{פאצרה}$$

$$\text{NEXP} = \bigcup_{c \geq 1} \text{NTIME}(2^{n^c}) \quad \text{למשל אין להעביר קטגוריה (36)}$$

$$P \subseteq \text{NP} \subseteq \text{EXP} \subseteq \text{NEXP}$$

$$P \neq \text{NP} \text{ ו/או } \text{EXP} \neq \text{NEXP} \text{ ?} \quad \text{פער}$$

