

סיכום - שיעור 6

מבוא - הצגה פורמלית

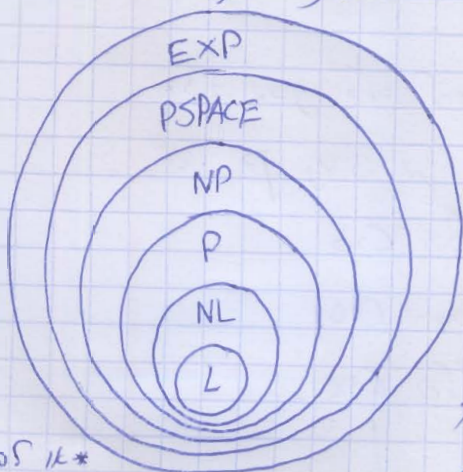
מכונה סימקרה לאורית Σ שמה סופי (קדם) Q של מצבי Q ,
אלף Σ סופי, Q קדם Σ , אלף Σ המכונה Γ ($\Sigma = \Gamma$),
פונקציה משמרים $Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma$, מצבי המלה q , מצבי הקד q_{accept} ,
מצבי ומצבי צמד q_{reject} .

מה מכונה סימקרה למחשבה? מחשבה הוא לא במלך שקר
למכונה סימקרה, מכיוון שאין לו זיכרון אינסופי. הוא צומח
יחד עם המלה q סופי, למחשבה. למכונה סימקרה מחשבה
שלאורית, אשר יכול להחליט בלב זיכרון כל שקר של
יחד אדם.

מכונה סימקרה אינפורמטיבית כזה סימקרה למכונה צורנית
למשל הקדם אחד: פונקציה המשקרים למחשבה
($P(Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma, R)$), Q סופי, Γ סופי. ~~הוא~~ Q סופי, Γ סופי, R סופי.

מספר משקרים אפסים ומחשבה בניהול. מוצר זה אינו מחשבה סופי -
אין לנו מכונה ש"מחשבה" את המלה הקדמית, אל קדם כל.
הסיבה שהמוצר מענין אנו הוא פסל כי אפשר למשל את ההב
צבים מענינו (יש הרבה בעיה ב-NP).

בהרצאה נדע שכלם וכלם, קציר שוב
ציאכר ין של מחשבה ומחשבה למכונה*.



$P \subseteq NP$ כי כל מכונה סימקרה סימקרה
הוא אז במקרה מכונה סימקרה אינפורמטיבית.
 $NP \subseteq EXP$ כי נען לכולם Σ אפסיות
הכיבון במחשבה אקספוננציאלית.

* או למחשבה
נפרי מקרה.

העברה - חיבור ק"מ Karp

נסמן $A \leq_p B$ אם ק"מ פונקציה (חשבה פולינומלית) $f: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$
 כך: $\forall x \in A \rightarrow f(x) \in B$ ו- $\forall x \in B \rightarrow f(x) \in A$. פונקציה זו נקראת חיבור.
 נ- A ו- B .

אין עולם חיבורי

א. מציג פונקציה f

ב. מציג שניתן לחשב את הפונקציה בזמן פולינומי

ד. מציג נכונות: $w \in A \rightarrow f(w) \in B$ ו- $w \in B \rightarrow f(w) \in A$

עצם כך תוכנו א' דברים שבהם יבטל. עשוי נעמוד לנגד חזל-

סיבוכיות ~~לחשב~~ (Space Complexity)

אם $t: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ פונקציה סיבוכית.

$$SPACE[t(n)] \cong \{L \mid L \text{ is decided by } O(t(n))\text{-space TM}\}$$

$$NSPACE[t(n)] \cong \{L \mid L \text{ is decided by } O(t(n))\text{-space non-deterministic TM}\}$$

$$L = SPACE[\log(n)]$$

$$NL = NSPACE[\log(n)]$$

$$PSPACE = \bigcup_{k=1}^{\infty} SPACE[n^k]$$

פיצו למכונה יחידה לשימוש ב- $\log n$ מקום. מקום זה נקרא מקום n .

לפי n נצייר את המרחב הבהאי נצייר למכונה (הזיכרון) גודל סופי:

סוף הקל: מציג למכונה רק $\log n$ מקום.

סוף העבודה: מציג למכונה גודל n . זה הסיבוכיות הסיבוכית המקסימלית.

סוף פתרון: למכונה מקום n לסיבוכיות, ולמכונה n מקום n לסיבוכיות.

רק קצת. (או יחידה אחת) יחידה אחת יחידה אחת.

הפתרון נשאר יחידה אחת ביחידה אחת (הסיבוכיות).

במה נעזר? למכונה סיבוכיות מקום n לסיבוכיות, n לסיבוכיות (הפתרון).
 יכולים להיות פתרונות נוספים.

רזוקציה log-space

נתון $A \leq_L B$ אז קיימת פונקציה $f: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ שמתחמשת
בסיבוכיות מקוון פולינומית, כך ש- $x \in A \iff f(x) \in B$

משפט: המחלק $L, NL, P, NP, PSPACE, EXP$ סגור תחת רזוקציה
log-space.

משפט: אם $A_2 \in L$ ואם $A_1 \leq_L A_2$ אז $A_1 \in L$
הוכחה: ניקח את f , נפעל על הקלט, ואם ניקח את התוצאה
ונפעל עליה את האלמנט שמשנה את A_2 . אז זו
אלו! אין לנו מספר זיכרון בסיסי לשמור את התוצאה
של f .

הוכחה (באלמנט): בהינתן קלט x נפעל את M עבור A_2 . בה
בא M קובל את האת t של הקלט x ,
נניח f של x ונחבר (הבדל) t וזה הכל.

צורת קבוצה Graph Connectivity (CONN)

בהינתן שני נקודות ~~שונים~~ s, t וצורת גרף. האם קיימת
ענף מסלול $s-t$?

~~האם~~ האם מחלק $CONN$?

נראה כי $CONN \in NL$. עברן אלמנטים לא צורניים
שמיני $CONN$ בסיבוכיות מקוון פולינומית:

1. $u = s$
2. for $i = 1$ to $|V|$
3. $u = \alpha$ (non-deterministic) neighbor of u
4. accept if $u = t$
5. reject (did not reach t)

מה סיבוכיות המקור של האלגוריתם שלנו?
 שיעור המקור הנכתי שלנו (u) עוקמת $|V| \log |V|$ מקור.
 סביבה 30 |V| (i) עוקמת $|V| \log |V|$ מקור.
 לבסוף, סיבוכיות המקור לוגריתמית.

מה אם הצג שלנו מבוקש? ובכן, כמו מקרה פסי. אולי
 מבוקש (אם קרא יז אולי סיבוכיות שלב). לבסוף, יבצע יבול.
 אולי דק'מר קרה. למעשה, הצג לא מבוקש הקצה ג-ל,
 אך ההוכחה לבסוף מסובכת.

ההכרזה שקורה ל-NL:

במקור להצג מבוקש לא פאלינאמלי, נציג "מבוקש מיושם". על מנת לשמר את ההכרזה
 סיבוכיות המקור שלנו, נציג שוב סכום נוסף, סכום הצג. הוא יבול להיות פולי ולא
 מספר ממש בסיבוכיות המקור, אך כמו סכום הפסל, מספר המבוקש בו אמורה להיות אחת,
 מבוקש המעקרה NL היינו מקבלים את המעקרה NP (אולי סיבוכיות ג-ל).

לעומת: conn הוא NL-שלמה.

ההוכחה: הנינו כבר כי $conn \leq NL$. נראה דיוקרה שבתוך M, x
 מייצגת לכל עמוד conn. נניח לשם פשט כי יש קונפיאורציה
 מקבילית יחידה.

$G_{M,x} = (V, E)$. V יהיה כל הקונפיאורציות האפשריות של המערכת.
 $E = (u, v)$ אמ"ם יש מעבר אפשרי מקונפיאורציה u לקונפיאורציה v.
 הקונפיקורציה S יהיה הקונפיאורציה ההתחלתית. הקונפיקורציה t יהיה הקונפיאורציה
 הסופית.

קראי אותה שיש מסלול מ-S ל-t אמ"ם יש מסלול מקבילי
 מ-S ל-t.

מסקנה: $conn \leq P$

שאלה: conn הוא ב-P. לבסוף, לבסוף ב-P או ב-NL יש דיוקרה
 לוגריתמית לבסוף ב-P, ו-P סתם לוגריתמית לבסוף.

: Savitch (2w) $\wedge$ 3w) $\Rightarrow$ 7/8w

$$\forall S(n) \geq \log(n) : \text{NSPACE}(S(n)) \subseteq \text{SPACE} : \underline{6w}$$