

3.3.09

סבוכות - גרסאות 1

מכתב: י' חביב havivish@post.tau.ac.il

שם קבוצה: י' חביב, 17-18

השם הגרמני של הקורס: 309 סבוכות (הקורס)

NP, P, coNP התחלקות

$$P = \bigcup_{c \geq 1} DTIME(n^c)$$

התחלקות NP היא מחלקת כל שפות $L \subseteq \{0,1\}^*$ שניתן קי"ו בזמן פולינומי

(ואלגוריתם A שלפיו מבחן בזמן פולינומי (האם הקלט x שייך ל-L))

$$x \in L \iff \exists w \in \{0,1\}^{p(|x|)} . A(x,w) = 1$$

למשל, $NP \ni \text{Clique} = \{ \langle G, k \rangle \mid \text{יש קבוצת צמתים בגודל k שכולן מחוברות} \}$

למשל, $coC = \{ \bar{L} \mid L \in C \}$ נוסף: C

$$coP = P, \quad coC = C$$

$$NP \stackrel{?}{=} coNP$$

$$L^* = \{ y \mid \exists k \in \mathbb{N}_0, \gamma = \gamma_1 \gamma_2 \dots \gamma_k \wedge \forall i. \gamma_i \in L \}$$

$\uparrow$
 $\mathbb{N} \cup \{0\}$

$$L = \{000, 010, 101, 111\}$$

L^* היא קבוצת כל המילים המורכבות מ-0 ו-1 שכל אותן שייכת ל-L

האם התחלקות P, NP, coNP סגורה תחת הפסגה L^* ?

סבוכות NP:

נתון ששפת הקלט $x = x_1 x_2 x_3 \dots x_k$ היא פולינומית בגודל קבוצת המילים L שכל אותן שייכת ל-L

האם L^* היא קבוצת המילים המורכבות מ-0 ו-1 שכל אותן שייכת ל-L

האם L^* היא קבוצת המילים המורכבות מ-0 ו-1 שכל אותן שייכת ל-L

(הערה: קבוצת המילים המורכבות מ-0 ו-1 שכל אותן שייכת ל-L היא NP)

האזכרה שיוצא את המילה a ב- L^* יספיק לנו המונח L (על
 כי אנחנו מחפשים החלוקה של a באמצעות המכונה.
 האזכרה מחדש את המונח L על מנת (או בעצמו, והוא עומד בסיוע
 (ואם). רבות, הסיוע מילה a (אולי-ואם), וספיק בולונטאלי.

עבור P :

באמצעות המילה הנאמר כי (בזכות אחר מהחוקה האפשרית) ניתן לבנות

$$L \in P \rightarrow L^* \in EXP$$

$$L \in P \rightarrow L^* \in NP$$

כעת נראה כי P הוא סגור לסגור $*$.

עבור קבוצה V נסדר יצר מכון M שקבוצת המילים V^* שבהן $V = \{0, 1, \dots, k\}$

(המילה a) וכן על ידי נחבר את הקשר $\rightarrow$ אם ורק אם

$L \in V^*$ (אולי-ואם). נבדוק את המילה a קיי מילון מכון

ל- s ל- n אם n נפטר "כן", אחרת נפטר "לא".

נוצר שהאזכרה בולונטאלי.

במה החדש: נבדוק עקרון סגור כי שגור המילה המכונה

בין n שגור L . כל "קח" (מק-מק) (מק-מק) הוא המילה המקרה

פסקה, המילה שגור L .

בדיקה קיי מילון ל- n : ניתן לבנות את המילה המקרה המקרה

(למשל BFS) וכן סך כל המילה בולונטאלי במקרה הקטן.

נבדוק: $L^* \in P \iff$ קיי מילה $a_1 a_2 \dots a_n$ ש- $a_i \in L$ ו- $a_i \in V$

על-מנת $a_1 a_2 \dots a_n \in L^*$ קיי מילון מכון a ל- n .

עבור $coNP$:

אם $L \in coNP$ אז $\bar{L} \in NP$, כלומר קיי מילה פאזיס (אזכרה A

שהיא פאזיס (מק) של קבוצה A וכן $A(x, w) = 1 \iff x \in L$.

אולי להראות: $L^* \in coNP$, כלומר $\bar{L}^* \in NP$.

בהינתן קבץ X באורך n , אנו רוצים לבדוק אם X נמצא
 במסלול האורך $n-1$. הבעיה היא שאם X נמצא במסלול
 באורך n , ואם המסלול המצויין של X מתחיל ב- L .
 המטרה היא להראות שהאם X נמצא במסלול, ויציאתו של המסלול
 קבץ שאלו שיתנו $L-X$. אם, הוא יבדוק אם קיים מסלול $n-1$
 ל- n . אם יש נתיב "א" ואלו שיתנו "ב".
 המטרה היא להראות כי האלמנטים של המסלול במסלול המצויין
 מתחילים באותו האופן שיתנו L (אם המסלול L הוא
 זה של המסלול הנמצא באותו המסלול של קיים מסלול $n-1$ ל- n).
 נכתוב: $L^* \subseteq L$ ~~הוא~~ אם קיים מסלול n מתחיל ב- L אם
 ל- n $\Leftrightarrow$ קיים מסלול של קיים מתחיל ב- L אם מתחיל
 ב- n האם.

(הערה: המסלול הנמצא שיתנו L הוא L^*)

$$L^* \subseteq NP \leftarrow \bar{L}^* \subseteq NP \leftarrow \bar{L} \subseteq NP \leftarrow L \subseteq coNP$$

$\downarrow$
 NP
 מלא

המטרה היא להראות שהאם $L^* \neq \bar{L}^*$ אם $L = \Sigma^*_{n, n+1, n+2, \dots}$