

לענין

, $z \in U$ שם $f'(z) = 0$ נניח . נילבט $f: U \rightarrow \mathbb{C}$, אחר $U \subseteq \mathbb{C}$

השאלה f 'היא

השאלה

, $f'(z) \in \mathbb{R}$ - נילבט $f: U \rightarrow \mathbb{C}$, אחר $U \subseteq \mathbb{C}$

השאלה f 'היא

השאלה

$$\left. \begin{array}{l} f'(a) \in \mathbb{R} \cap i\mathbb{R} = \{0\} \\ \Rightarrow f'(a) = 0, \text{ אחר } \text{שם} \\ \text{השאלה } f \text{ 'היא} \\ \text{(לענין)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} f'(a) \in \mathbb{R} \text{ נניח} \\ \lim_{h \in \mathbb{R} \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a) \\ f'(a) \in i\mathbb{R} \text{ נניח} \\ \lim_{iy \in i\mathbb{R} \rightarrow 0} \frac{f(a+iy) - f(a)}{iy} = f'(a) \end{array} \quad a \in U$$

השאלה (השאלה 'היא)

. נילבט $u: D \rightarrow \mathbb{R}$, אחר $D \subseteq \mathbb{C}$ 'היא

. D אחר שם $u_{xx} + u_{yy} = 0$ אחר השאלה אחר u

לענין

. השאלה u 'היא - u, v 'היא , $f = u + iv$, $D \subseteq \mathbb{C}$ נילבט f אחר (1) : אחר $D \subseteq \mathbb{C}$

(u - v אחר השאלה) v 'היא $\mathbb{R}^n$ 'היא , $D \subseteq \mathbb{C}$ השאלה u אחר (2)

. $D \subseteq \mathbb{C}$ נילבט $u + iv$ - v 'היא

השאלה (אחר , $u_{xx} = 0$ 'היא)

. $u_y = v_x$, $u_x = v_y$: $\mathbb{R}^n$ 'היא אחר v אחר (1)

$$\Rightarrow u_{xx} + u_{yy} = v_{yx} - v_{xy} = 0$$

(u - v אחר השאלה) v 'היא $\mathbb{R}^n$ 'היא , $D \subseteq \mathbb{C}$ השאלה u אחר (2)

$$\begin{array}{l} I \begin{cases} v_y(x,y) = u_x(x,y) \\ v_x(x,y) = -u_y(x,y) \end{cases} \\ II \end{array}$$

$$v(x_0, y_0) = \int_{y_0}^{y_1} v_y(x_0, y) dy + h(x_0)$$

$$= \int_{y_0}^{y_1} u_x(x_0, y) dy + h(x_0) \rightarrow v \text{ 'היא}$$

$$\begin{aligned} v_x(x_0, y_0) &= \int_{y_0}^{y_1} u_{xx}(x_0, y) dy + h'(x_0) \stackrel{u_{xx} = -u_{yy}}{=} - \int_{y_0}^{y_1} u_{yy}(x_0, y) dy + h'(x_0) \\ &= -u_y(x_0, y_1) + u_y(x_0, y_0) + h'(x_0) \end{aligned}$$

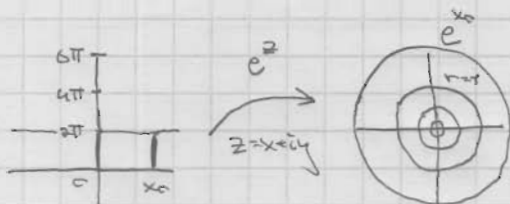
$$h(x) = -\int_a^{x_0} u_y(x,b) dx \quad \text{und} \quad h(x) = -u_y(x,b) \quad \text{e p h -mas -zu}$$

$$V(x,y) = \int_b^{y_0} h(x,y) dy - \int_a^{x_0} u_y(x,b) dx \quad \text{und} \quad \text{Zusatz}$$

mit der u+w ist, u ist CR stückweise ist aber p u ist w

und ist p ist ist ist ist

BRUNNEN- und LÖSUNGSSATZ



$$e^z = e^x (\cos y + i \sin y)$$

$$= (\log) \text{ der } \text{Seiten} \text{Zusatz}$$

$$\text{Arg } z \in (-\pi, \pi) \quad \text{ist } \text{Zusatz}$$

$$^* \log z = \log |z| + i \arg(z)$$

$$\sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i} \quad \text{ist } \text{Zusatz}$$

$$e^{iz} - 2iW - e^{-iz} = 0 \Leftrightarrow 2iW = e^{iz} - e^{-iz} \Leftrightarrow W = \sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i} \quad \text{ist } \text{Zusatz}$$

$$e^{iz} = \frac{2iW \pm \sqrt{4W^2 + 4}}{2} = iW \pm \sqrt{1 - W^2} \quad \text{ist } \text{Zusatz}$$

$$\sqrt{1 - W^2} = e^{\frac{1}{2} \log(1 - W^2)} \quad \text{ist } \text{Zusatz}$$

$$\text{ist } W = x + iy \text{ nur} \quad : \text{ (ist } \text{Zusatz) } 1 - W^2 \leq 0 \text{ ist } \text{Zusatz}$$

$$1 - (x + iy)^2 = 1 - x^2 + y^2 - 2xyi \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x^2 + y^2 \leq 0 \\ xy = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ 1 \leq x^2 \end{cases}$$

$$(-\infty, -1] \cup [1, \infty) \subseteq \mathbb{R} \quad \text{ist } \text{Zusatz}$$

$$iz = \log(iW + \sqrt{1 - W^2}) \quad \text{ist } \text{Zusatz} \quad e^{iz} = iW + \sqrt{1 - W^2} \quad \text{ist } \text{Zusatz}$$

$$\text{ist } \text{Zusatz} \quad \text{ist } \text{Zusatz} \quad \text{ist } \text{Zusatz} \quad \text{ist } \text{Zusatz}$$

$$\text{Re}(\sqrt{1 - W^2}) = \text{Re}(e^{\frac{1}{2} \log(1 - W^2)}) = \text{Re}(e^{\frac{1}{2} \log|1 - W^2|} \cdot e^{\frac{i}{2} \text{Arg}(1 - W^2)})$$

$$= \sqrt{1 - W^2} \cdot \cos\left(\frac{\text{Arg}(1 - W^2)}{2}\right) = \sqrt{1 - W^2} \cdot \sqrt{\frac{1 + \cos(\text{Arg}(1 - W^2))}{2}} = \dots$$

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$-\pi < \alpha < \pi \quad \text{ist } \text{Zusatz}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} > 0 \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} < \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{2}$$

$$\cos(\text{Arg}(a)) = \text{Re}\left(\frac{a}{|a|}\right) \quad \text{ist } \text{Zusatz}$$