

$e^{z_1+z_2} = e^{z_1} \cdot e^{z_2}$ ②, $(e^z)' = e^z$ ①, $e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$ ③

$$\left(\begin{aligned} e^{x+iy} &= e^x \cdot e^{iy} \rightarrow \cos y + i \sin y \text{ (yes)} \\ e^{i\pi} &= i \Rightarrow e^{\pi i} = -1 \rightarrow e^{2\pi i} = 1 \end{aligned} \right), \forall z, e^z \neq 0$$
 ③

$|e^z| = e^x = e^{\operatorname{Re}(z)} > 0$ ④

הפונקציה $g(z)$ היא קבוע, ולכן $g'(z) = g(z)$ לכל z

לכן $g(z) = C \cdot e^z$

$$f'(z) = \frac{g'(z)e^z - g(z)(e^z)'}{(e^z)^2} = \frac{g(z)e^z - g(z)e^z}{e^{2z}} = 0 \iff f(z) = \frac{g(z)}{e^z} = \frac{C \cdot e^z}{e^z} = C$$

לכן $g(z) = C \cdot e^z$ ולכן $f(z) = C$ היא קבוע

אם z_0 הוא נקודה שבה $|e^z| = e^{x_0}$ אז $\operatorname{Re}(z) = x_0$ אז $|e^z| = e^{\operatorname{Re}(z)}$

הקבוצה $\{z \in \mathbb{C} : |z| > e^{x_0}\}$ היא קבוצה פתוחה וזוהי קבוצה פתוחה

$\{z \in \mathbb{C} : |z| < e^{x_0}\}$ היא קבוצה פתוחה וזוהי קבוצה פתוחה

לכן $\operatorname{Re}(z) = \log |w|$ ו- $e^z = w$ אז $\operatorname{Re}(z) = \log |w|$

$\operatorname{Re}(z) = \log |w| = \ln |w| \iff e^{\operatorname{Re}(z)} = |w|$

$e^{iy} = \frac{w}{|w|}$ אז $e^z = e^{x+iy} = \frac{w}{|w|} \cdot |w| = w$ אז $y = \arg w$ אז $z = x + iy$

אם $w = \cos \theta + i \sin \theta$ אז $y = \theta$

$y = \theta + 2\pi n \in \arg(w) \iff \cos y + i \sin y = \cos \theta + i \sin \theta$ אז $z = \log |w| + i \arg(w)$ אז $e^z = w$

לכן $e^z = w$ אם ורק אם $z = \log |w| + i \arg(w)$

(אנונימיות של z)

אנונימיות של z היא U ו- $f(z) = z$

אז $e^{f(z)} = z$ אז

לכן

אז $g(z) = f(z) + 2\pi n i$ אז $g(z) = z + 2\pi n i$

לכן $g(z) = f(z) + 2\pi n i$ אז $g(z) = z + 2\pi n i$

$e^{g(z)} = e^{f(z)} = z$ וזה נכון, $e^{f(z) + 2\pi ni} = e^{f(z)} \cdot e^{2\pi ni} = e^{f(z)} = z$ וזה נכון
 $n(z) = \frac{g(z) - f(z)}{2\pi i}$, $g(z), f(z) \in \log|z| + i \cdot \arg(z)$ וזה נכון
 $n(U) = \{n\}$, 2 - 8 , $n(U)$ - e , $\mathbb{Z}$ U , $\forall z \in U, g(z) = f(z) + 2\pi ni$

$(-\pi, \pi)$, $Arg(z)$, $U = \{z \mid z \neq 0\}$, $z \mapsto \log|z| + i Arg(z)$, $z \in U$, $z \mapsto \log x$, $z \mapsto \log x$, U , $z \mapsto \log x$

$\boxed{\text{Log } z} = \log|z| + i Arg(z)$: $z \in U$, $z \mapsto \log x$

f , a , $g(f(a)) = z$, $g'(f(a)) \neq 0$, $f'(a) = \frac{1}{g'(f(a))}$, $a \mapsto \log x$

$f'(a) \leftarrow \frac{f(z) - f(a)}{z - a} \rightarrow \frac{1}{g'(f(a))}$, $\frac{z - a}{f(z) - f(a)} \rightarrow g'(f(a))$, $\frac{g(f(z)) - g(f(a))}{f(z) - f(a)} \rightarrow g'(f(a))$

$f'(z) = \frac{1}{g'(f(z))} = \frac{1}{z}$

$\log(z_1 z_2) = \log(z_1) + \log(z_2)$, $\log i = \log|i| + i Arg i = \frac{i\pi}{2}$, $\log(-1+i) = \log\sqrt{2} + i Arg(-1+i) = \frac{1}{2}\log 2 + i \cdot \frac{3\pi}{4}$, $\log(i \cdot (-1+i)) = \log(-1-i) = \frac{1}{2}\log 2 - i \cdot \frac{3\pi}{4}$

$U = \{z \mid z \neq 0\}$, $0 < \arg(z) < 2\pi$, $\log(-x) = \log x + \pi i$, $\log z = \log|z| + i \arg(z)$