

סיווגיות

אם נתון $F^{-1}(U)$ - א' נתון, B - א' נתון U 'א' ש' $A \rightarrow B$ א' נתון $F: A \rightarrow B$ א' נתון (א' נתון $\Rightarrow$ א' נתון)

$F(a) \xrightarrow{a \mapsto F(a)}$ א' נתון $a \mapsto a_{FA}$ ש' $\{a_n\} \subseteq A$ א' נתון $\Rightarrow$ א' נתון

א' נתון $F: A \rightarrow B$ א' נתון

א' נתון $F|_C: C \rightarrow B \Leftarrow C \subseteq A$ (1) : א' נתון

א' נתון $F: A \rightarrow D \Leftarrow F(A) \subseteq D \subseteq B$ (2)

א' נתון

א' נתון $(F|_C)^{-1}(U) = \underbrace{F^{-1}(U)}_{\substack{\text{א' נתון} \\ \text{א' נתון}}} \cap C$ - א' נתון, B - א' נתון $U \subseteq B$ א' נתון (1)

$U = D \cap V$ - א' נתון B - א' נתון V $\subseteq D$ - א' נתון $U \subseteq D$ א' נתון (2)

א' נתון $F^{-1}(U) = F^{-1}(V \cap D) = \underbrace{F^{-1}(V)}_{F(A) \subseteq D} \cap A$ - א' נתון

$(A, B, C \subseteq \mathbb{R})$ א' נתון $F: A \rightarrow B$, $g: B \rightarrow C$ א' נתון

א' נתון $g \circ F: A \rightarrow C$ א' נתון

א' נתון

א' נתון $(g \circ F)^{-1}(U) = F^{-1}(\underbrace{g^{-1}(U)}_{B \subseteq C}) = A \cap F^{-1}(U)$ א' נתון $U \subseteq C$ א' נתון

א' נתון

$\forall z \in U, |F(z)^2 - 1| < 1$ - א' נתון $F: U \rightarrow \mathbb{C}$ - א' נתון, (א' נתון) א' נתון $U \subseteq \mathbb{C}$

$z \in U$ א' נתון $|F(z) - 1| < 1$ (א) : א' נתון $U \subseteq \mathbb{C}$ א' נתון

$z \in U$ א' נתון $|F(z) + 1| < 1$ (ב)

א' נתון

$|F(z) - 1| < 1$ א' נתון : $z \in U$ א' נתון $|F(z)^2 - 1| = |F(z) - 1| \cdot |F(z) + 1| < 1$ א' נתון $|F(z) + 1| < 1$ א' נתון $\Rightarrow$ א' נתון $U \subseteq \mathbb{C}$ א' נתון

$V_2 = \{z \in U \mid |F(z) + 1| < 1\}$, $V_1 = \{z \in U \mid |F(z) - 1| < 1\}$ א' נתון

$V_1 = F^{-1}(\{w \in \mathbb{C} \mid |w - 1| < 1\}) = F^{-1}(B_1(1))$ א' נתון $U = V_1 \cup V_2$ - א' נתון

$V_1 \cap V_2 = \emptyset$ א' נתון $V_2 = F^{-1}(B_1(-1))$ א' נתון

א' נתון $U = V_1 \cup V_2$ א' נתון $V_2, V_1 \Leftarrow$ א' נתון F א' נתון

א' נתון $V_2 = \emptyset$ א' נתון $V_1 = \emptyset$ א' נתון

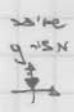
$z \in U$ and $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(z+h) - f(z)}{h}$ (2.10.1) and as $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(z+h) - f(z)}{h}$ exists $f: U \rightarrow \mathbb{C}$ is analytic

so, $f = u + iv$ is analytic, $h \in \mathbb{R}$ and $h \rightarrow 0$ then



$x \rightarrow \mathbb{R}$ and $h \rightarrow 0$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(u+iv)(x+h, y) - (u+iv)(x, y)}{h} = u_x + iv_x$$



$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(u+iv)(x, y+h) - (u+iv)(x, y)}{ih} = \frac{u_y + iv_y}{i} = v_y - iu_y : h \in \mathbb{R}, ih \rightarrow 0$$

Cauchy-Riemann conditions $\begin{cases} u_x = v_y \\ u_y = -v_x \end{cases}$: so f is analytic (2.10.2) and f is analytic $\leftarrow$

so f is analytic

so f is analytic $\overline{f(z)}$ is not analytic, $f(z)$ is analytic (1)

? so $f(z)$ is not analytic (2)

if $f(z) = z$, $\overline{f(z)} = \overline{z}$ is not analytic (3)

so f is analytic $u+iv$ is analytic, u, v are harmonic (1c)

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y) \leftarrow f(z) = u(x, y) + iv(x, y) : g(z) = \overline{f(z)} \rightarrow u(x, y) - iv(x, y)$$

$$\tilde{u}(x, y) = -v(x, y), \tilde{v}(x, y) = u(x, y) \rightarrow g(z) = \tilde{u} + i\tilde{v} \rightarrow \overline{f(z)} = u(x, y) - iv(x, y) \leftarrow$$

so $\tilde{u}, \tilde{v}$ are harmonic, $\tilde{u}, \tilde{v}$ are harmonic

$$\tilde{u}_x = -v_x, \tilde{u}_y = -v_y : \text{so } \tilde{u} \text{ is harmonic}$$

$$\tilde{v}_x(x, y) = u_x(x, y) \rightarrow \tilde{v}_x(x, y) = u_x(x, y)$$

$$\tilde{v}_y(x, y) = v_y(x, y) \rightarrow \tilde{v}_y(x, y) = v_y(x, y)$$

$z_1 = i$ and $z_2 = 1$ is a path in $\mathbb{C}$ from z_1 to z_2 $f(z) = z^2$ is analytic



$$f(z_1) - f(z_2) = f'(c) \cdot (z_1 - z_2) = 2c \cdot (i - 1)$$

$$z^2 = \frac{1+i}{1-i} = i \leftarrow 1^2 - i^2 = f'(c) \cdot (1-i) \rightarrow 1 - (-1) = 2 = f'(c) \cdot (1-i)$$

$$z(1+i) = i \rightarrow z = \frac{i}{1+i} = \frac{i(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{i(1-i)}{2} = \frac{i - i^2}{2} = \frac{i + 1}{2} = \frac{1+i}{2}$$

$$z(1+i) = i \Rightarrow z(1-i) = i \Rightarrow z(1-i)(1+i) = i(1+i) \Rightarrow z(1-i^2) = i(1+i) \Rightarrow z(2) = i(1+i) \Rightarrow z = \frac{i(1+i)}{2} = \frac{i - 1}{2} = -\frac{1-i}{2}$$

so $z = \frac{1+i}{2}$ and $z = -\frac{1-i}{2}$ are the solutions