

8 תורה - סיכום

(הגדרה 1.1.1) פונקציה

הפונקציה $f: L \rightarrow C$ נקראת רציפה בנקודה $a \in L$ אם $\lim_{z \rightarrow a} f(z) = f(a)$

$$|z-a| < \delta \Rightarrow |f(z)-f(a)| < \epsilon$$

אם $a \in V'$ אז $f(a) \in V$

$$(f^{-1}(V) \supseteq V' \cap L) \Rightarrow f^{-1}(V) \cap L \supseteq V'$$

אם $a \in V'$ אז $f(a) \in V$

$B_{\delta, \epsilon} \subseteq V$ אם δ קטן מספיק

$$|z-a| < \delta \Rightarrow |f(z)-f(a)| < \epsilon$$

$$f(V' \cap L) \subseteq V, f(V' \cap L) \subseteq B_{\delta, \epsilon} \subseteq V, V' = B_{\delta, \epsilon}$$

אם $a \in V'$ אז $f(a) \in V$

$$B_{\delta, \epsilon} \subseteq V' \Rightarrow f^{-1}(V) \cap L \supseteq V'$$

$$|z-a| < \delta \Rightarrow |f(z)-f(a)| < \epsilon$$

(הגדרה 1.1.2) רציפות

הפונקציה $f: A \rightarrow B$ נקראת רציפה אם $\lim_{z \rightarrow a} f(z) = f(a)$

אם $a \in A$ אז $f(a) \in B$

הפונקציה $f: A \rightarrow B$ נקראת רציפה אם $\lim_{z \rightarrow a} f(z) = f(a)$

$$\lim_{z \rightarrow a} f(z) = f(a) \Leftrightarrow |z-a| < \delta \Rightarrow |f(z)-f(a)| < \epsilon$$

הפונקציה

הפונקציה

הפונקציה

אם $a \in A$ אז $f(a) \in B$

אם $a \in A$ אז $f(a) \in B$

אם $a \in A$ אז $f(a) \in B$

$$\lim_{z \rightarrow a} f(z) = f(a)$$

אם $a \in A$ אז $f(a) \in B$

$a \in F^{-1}(w)$ אז $W = B \cap V$ אז $A \cap W = F^{-1}(w) \cap W$

הוא a שייך ל V' אז $F(a)$ שייך ל W אז $V \cap W = F^{-1}(w) \cap V = F^{-1}(w) \cap A$

$V' \cap A$ אז $A \cap W = F^{-1}(w) \cap W$ אז $a \in F^{-1}(w)$ שייך ל W אז $F(V' \cap A) \subseteq V \cap W = W$

אז $A \cap W = F^{-1}(w) \cap W$ אז $F^{-1}(w) \cap W = F^{-1}(w) \cap A$ אז $F(V' \cap A) \subseteq W$

תרגיל

היה a אז $F(a) \in W$ אז $F(a) \in W \cap V = F^{-1}(w) \cap V = F^{-1}(w) \cap A$

אז $F(a) \in F^{-1}(w) \cap A$

אז $F(a) \in F^{-1}(w) \cap A$ אז $F(a) \in F^{-1}(w) \cap A$

אז $F(a) \in F^{-1}(w) \cap A$

אז $F(a) \in F^{-1}(w) \cap A$ אז $F(a) \in F^{-1}(w) \cap A$

אז $F(a) \in F^{-1}(w) \cap A$

$F(A) \subseteq D \subseteq B$ אז $F(a) \in D$ אז $F(a) \in D$

אז $\forall a \in A, F(a) \in D$ אז $F(A) \subseteq D$

$$\mathbb{C} \setminus \{i\} \rightarrow \mathbb{C} \setminus \{i\} \quad \frac{(3+5i)(2^2-2^2+i)}{2^2+1}$$

$(\mathbb{C} \setminus \{i\} \rightarrow \mathbb{C} \setminus \{i\})$ אז $F(2) \in \mathbb{C} \setminus \{i\}$

אז $F(2) \in \mathbb{C} \setminus \{i\}$ אז $F(2) \in \mathbb{C} \setminus \{i\}$

$\text{Arg}(z) = \{\theta \in \text{arg}(z) : -\pi \leq \theta < \pi\}$ אז $0 \neq z \in \mathbb{C}$

אז $\mathbb{C} \setminus \{x \leq 0\}$ אז $\mathbb{C} \setminus \{x \leq 0\}$

לדון

אז $F(A) \subseteq D \subseteq B$ אז $F(a) \in D$ אז $F(a) \in D$

אז $F(a) \in D$ אז $F(a) \in D$

$[F(a) \in D \cap F(C) \Rightarrow F(a) \in F(C)]$

הוכחה

אז $F(a) \in D \cap F(C) \Rightarrow F(a) \in F(C)$

$F(a) \in D \cap F(C) \Rightarrow F(a) \in F(C)$

$F(a) \in D \cap F(C) \Rightarrow F(a) \in F(C)$

אז $F(a) \in D \cap F(C) \Rightarrow F(a) \in F(C)$

$C_n \in C$ is $\{f(C_n)\}_{n=1}^{\infty}$ is a sequence of functions. $f(C)$ is the limit function.

$C_n \xrightarrow{h.o.c.} a \in C$ means that for every $\epsilon > 0$ there exists N such that for all $n > N$, $|C_n - a| < \epsilon$.

If f is continuous at a , then $f(C_n) \xrightarrow{h.o.c.} f(a)$.

Loen

A is a subset of C and $f: A \rightarrow B$ is a function.

Continuous at $a \in A$ means that for every $\epsilon > 0$ there exists $\delta > 0$ such that for all $x \in A$ with $|x - a| < \delta$, $|f(x) - f(a)| < \epsilon$.

[$a, b \in C$ such that $|a - b| < \delta$ implies $|f(a) - f(b)| < \epsilon$]

Continuous

Loen

A is a subset of C and $f: A \rightarrow B$ is a function.

Continuous at $a \in A$ means that for every $\epsilon > 0$ there exists $\delta > 0$ such that for all $x \in A$ with $|x - a| < \delta$, $|f(x) - f(a)| < \epsilon$.

Continuous

$f(A)$ is the image of A under f . $f(A) = B_1 \cup B_2$ means that $f(A)$ is the union of B_1 and B_2 .

$f^{-1}(B_1) = \emptyset$ if B_1 is not in the range of f . $A = f^{-1}(f(A)) = \underbrace{f^{-1}(B_1)}_{A_1} \cup \underbrace{f^{-1}(B_2)}_{A_2}$.

$f^{-1}(B_1) = \emptyset$ if B_1 is not in the range of f . $f^{-1}(B_2) = \emptyset$ if B_2 is not in the range of f .

f is continuous at $a \in A$ if $B_1 = \emptyset$ and $B_2 = \{f(a)\}$.

f is continuous on $[0, 1]$ if for every $\epsilon > 0$ there exists $\delta > 0$ such that for all $x, y \in [0, 1]$ with $|x - y| < \delta$, $|f(x) - f(y)| < \epsilon$.