

10.12.09

מחזוריות - סימול 16

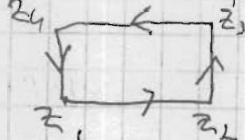
בעיה קושי במרחב

היה $f(z)$ פונקציה אנליטית במרחב U

נניח כי $R \subset U$ הוא מרחב סגור, גלילי

על R שפה המרחב, יחסיות של R כל מרחב

גלילי, הבה: נניח כי קווי קושי z_1, z_2, z_3, z_4 או



ע"פ

$$z(t) = \begin{cases} z_1 + t(z_2 - z_1) & 0 \leq t \leq 1 \\ z_2 + (t-1)(z_3 - z_2) & 1 \leq t \leq 2 \\ z_3 + (t-2)(z_4 - z_3) & 2 \leq t \leq 3 \\ z_4 + (t-3)(z_1 - z_4) & 3 \leq t \leq 4 \end{cases}$$

בעיה קושי

היה $f(z)$ פונקציה אנליטית במרחב U , יהי $R \subset U$

$$\int_R f(z) dz = 0 \quad \text{כל מרחב סגור}$$

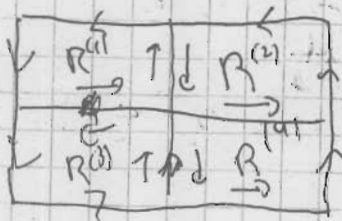
הוכחה:

על מרחב סגור $Q \subset R$ כן $z \in Q$

מקביליתית R וכן Q סגור על Q

$$\gamma(Q) = \int_Q f(z) dz \quad \text{שדה סגור על R }$$

עבור את R המרחב של R מקביליתית R



ומכאן אנו רואים

$$\gamma(R) = \sum_{i=1}^4 \gamma(R^{(i)})$$

$$|\gamma(R)| \leq \sum_{i=1}^4 |\gamma(R^{(i)})| : \text{עדיף}$$

לפי R_i - מרחב סגור R_i מרחב סגור

$$|\gamma(R)| \leq 4 |\gamma(R_i)| \quad \text{הוא מקסימלי}$$

10-12-09

$$|\gamma(n_1)| \leq 4 |\gamma(n_2)|$$

$$\mathbb{R} \ni \mathbb{R}_1 \supset \mathbb{R}_2 \supset \mathbb{R}_3 \sim$$

על 10 dB R_i מקבלים $\sim 10\text{ dB}$ R וזהו $R_{\text{מקביל}}$

[illegible]

$$|\gamma(R)| \leq 4^n |\gamma(R_n)|$$

גורו י' הוהדנר פ'ס'ן ר'ד' ר'ר' $q \in R$

Ques 1) $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{3}$ are

$$\frac{f(z) - f(a)}{z - a} \rightarrow f'(a)$$

7. e) $\Delta_{20} \approx 1,20$ $\Delta_{20} \approx 1,20$

$$|z-a| < \delta \Rightarrow |f(z) - f(a) - f'(a)(z-a)| < \epsilon |z-a|$$

ע' 72, 70, 68, 66, 64, 62, 60, 58, 56, 54, 52, 50, 48, 46, 44, 42, 40, 38, 36, 34, 32, 30, 28, 26, 24, 22, 20, 18, 16, 14, 12, 10, 8, 6, 4, 2, 0

$$n \geq N \Rightarrow R_n \subset \{z \mid |z - a| < \delta\}$$

$$\gamma(R_n) = \int_{\partial R_n} f(z) dz = \int_{\partial R_n} [f(z) - f(a) - f'(a)(z-a)] dz + \int_{\partial R_n} [f(a) + f'(a)(z-a)] dz$$

$$| \gamma(R_n) | \leq \max_{z \in \partial R_n} | f(z) - f(a) - f'(a)(z-a) | \cdot |\partial R_n|$$

$$\leq \sum_{z \in \partial R_n} \max_{z \in \partial R_n} |z - q| \cdot |\partial R_n| \leq \sum_{i=1}^n R_i \cdot \frac{1}{R_i} \cdot R_i = \sum_{i=1}^n R_i$$

$$= \frac{1}{2^n} \sum_{z \in \mathbb{Z}_2^n} \left(\frac{1}{2} \right)^n = \frac{1}{2^n} \sum_{z \in \mathbb{Z}_2^n} 1 = 1$$

$$|\gamma(R)| \leq 4^n |\gamma(R_n)| \leq \sum dL$$

$\gamma(12) = 0$ for $\frac{1}{2} > 0$ and for ρ, ρ, ρ

Ac-N

10/2.09

עבור f של המעלה n ו U תחום.

היה $z_0 \in U$, נניח כי $f(z)$ פונקציה אנליטית
 על התחום $U \setminus \{z_0\}$. כאן K נניח כי קיים

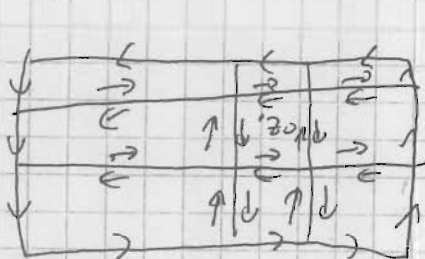
$$\lim_{z \rightarrow z_0} (z - z_0) f(z) = 0$$

אם f היא פונקציה אנליטית (על U), $z_0 \notin R$, $z_0 \in R$ כך ש-

$$\int_R f(z) dz = 0$$

הוכחה:

אם $z_0 \notin R$, f אנליטית (על U) קיים
 נניח כי $U' = U \setminus \{z_0\}$ תחום U' על $R \cup U'$



נניח כי $z_0 \in R$.
 נחלק את המעגל למסלול
 מלבנים שצורתם היא מלבנים
 כמו בצורה. כך ש- z_0 נמצא

בתוך אחד מהם. יהיו K מסלולים כאלה
 בצורת מלבנים. כמו קצת. נסמן את המסלולים

אם $z_0 \in R$, אז מקבלים $\eta(R) = \eta(U)$ הקורס $\eta(U)$