

אנליס אנליטי לזמן

המשפט

$\sum_{n=1}^{\infty} f_n(z) = f(z)$ ו- U מרחב $\{f_n(z)\}_{n=1}^{\infty}$ מיליטרי מרחב מרחב מרחב

זכור ש $\sum$ עוד מרחב מרחב מרחב $f(z)$ מרחב מרחב מרחב

U-מרחב מרחב מרחב

$\sum_{n=1}^{\infty} f'_n(z) = f'(z)$ -! , U-מרחב $f(z)$ מרחב

U-מרחב מרחב מרחב מרחב $f'(z)$ עוד מרחב מרחב מרחב

לזמן מרחב מרחב $f_n(z) = n^{-z} = \frac{1}{n^z} = e^{-z \log n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} n^{-z}$ מרחב $\rightarrow$ מרחב $\rightarrow$ מרחב

$|n^{-z}| = |e^{-z \log n}| = e^{\operatorname{Re}(-z \log n)} = e^{-\operatorname{Re}(z) \log n} = n^{-\operatorname{Re}(z)}$

: $\operatorname{Re}(z) > 1$ מרחב

מרחב $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x} < \infty$ -!

זכור ש $\operatorname{Re}(z) > a$ $\rightarrow$ $\operatorname{Re}(z) > 1$ מרחב $\rightarrow$ מרחב מרחב מרחב מרחב



זכור ש $n^{-\operatorname{Re}(z)} \leq n^{-a}$ מרחב

! $\operatorname{Re}(z) > 1 \rightarrow$ מרחב $f(z)$ מרחב $\rightarrow$ מרחב $\rightarrow$ מרחב $\rightarrow$ מרחב

$f'(z) = \sum_{n=1}^{\infty} (n^{-z})' = - \sum_{n=1}^{\infty} n^{-z} \log n$ $\left(\sum_{n=1}^{\infty} n^{-z} \right)$

מרחב מרחב

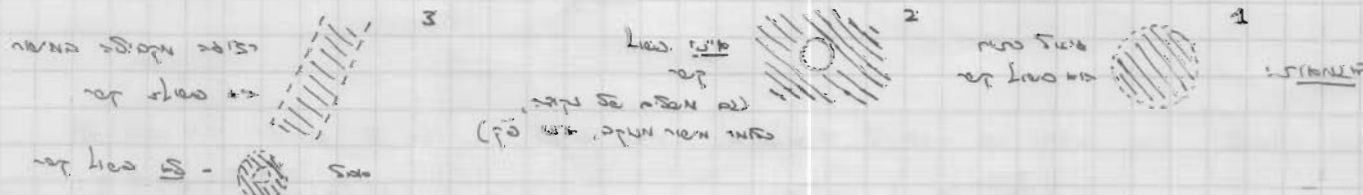
מרחב מרחב U $\rightarrow$ מרחב $\rightarrow$ מרחב $\rightarrow$ מרחב $\rightarrow$ מרחב

$$\int_{\gamma} f(z) dz = 0$$

מרחב מרחב מרחב

(מרחב מרחב) מרחב

מרחב (∞, ∞) $\cup$ מרחב $\rightarrow$ מרחב $\rightarrow$ מרחב $\rightarrow$ מרחב



מרחב

U-מרחב $\rightarrow$ מרחב $\rightarrow$ מרחב $\rightarrow$ מרחב $\rightarrow$ מרחב

$\alpha \notin U$ מרחב $n(\alpha) = 0$ מרחב

$$\phi(z) - \phi(z_0) = \int_{\gamma} [\phi(z) dz - \phi(z_0) dz]$$

מרחב $\rightarrow$ מרחב $\rightarrow$ מרחב $\rightarrow$ מרחב $\rightarrow$ מרחב

$\int_{|z-z_0|=r} \frac{\phi(z)}{z-z_0} dz$ is a holomorphic function, $|\phi(z)-\phi(z_0)| \leq (b-a) \cdot \max_{z \in D} |\phi(z)-\phi(z_0)| \xrightarrow{z \rightarrow z_0} 0$ μ_S
 (Note: ϕ is holomorphic, U is a domain, z_0 is a point in U)

$F'(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-z_0|=r} \frac{\phi(z)}{(z-z_0)^2} dz = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-z_0|=r} \frac{1}{(z-z_0)^2} \phi(z) dz = \int_a^b \frac{1}{2\pi i} \left(\frac{\phi(z)}{(z-z_0)^2} \right) dz = \int_a^b \frac{\partial \phi}{\partial z}(z, z_0) dz$

: (SSD) in Loen

For $u, n(t, a) = 0$ is, U is a domain, $U \subset \mathbb{C}$, U is a domain, $F(z)$ is a function.

$\int_U F(z) dz = 0$ (1) : A "path" is

$z \in U$ and $\int \frac{f(z)}{z-z_0} dz = 2\pi i \cdot n(t, z) \cdot f(z)$ (2)

$U \cup U' = \mathbb{C}$ μ_S $U \subset U'$: $U' = \{z \in \mathbb{C} \mid n(t, z) = 0\}$ μ_S
 (See other parts of the paper)

... U' ... U' ... U' ...

$g(w, z) = \begin{cases} \frac{F(w)-F(z)}{w-z} & w \neq z \\ F(z) & w = z \end{cases}$

$h(z) = \begin{cases} \int_U g(w, z) dw & z \in U \\ \int_{U'} F(w) dw & z \in U' \end{cases}$

$\int_U g(w, z) dw = \int_U \frac{F(w)-F(z)}{w-z} dw = F(z) \int_U \frac{dw}{w-z} = \int_U \frac{F(w)}{w-z} dw$

... $h(z)$...

$\int_U g(w, z) dw = \int_a^b \frac{g(w(t), z) w'(t) dt}{w'(t)}$

... $h(z)$...

$|h(z)| = \left| \int_U \frac{F(w)}{w-z} dw \right| \leq l(t) \cdot \max_{w \in U} |F(w)| \cdot \max_{w \in U} \frac{1}{|w-z|} \xrightarrow{|z| \rightarrow \infty} 0$

... $h(z)$...

$\int_U \frac{F(w)}{w-z} dw = 2\pi i \cdot F(z) \cdot n(t, z)$

$\int_U \frac{F(w)}{w-z} dw = 2\pi i \cdot F(z) \cdot n(t, z)$