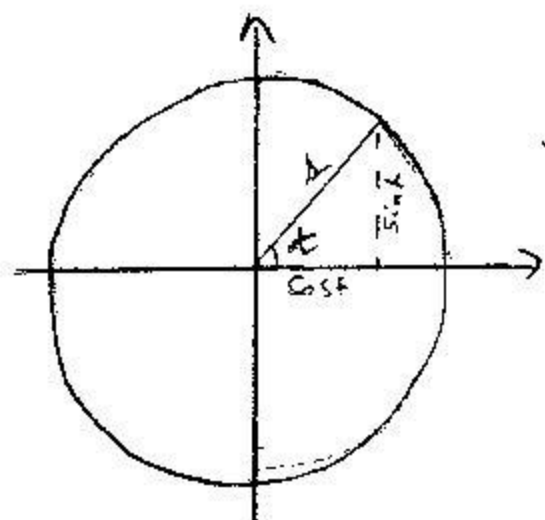


הפונקציה $\gamma: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$ נקראת

זיקה $0 \leq t \leq 2\pi$

$\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$ - הנקודה



$\Leftrightarrow$ א ו' צ' נ' פ' נ'

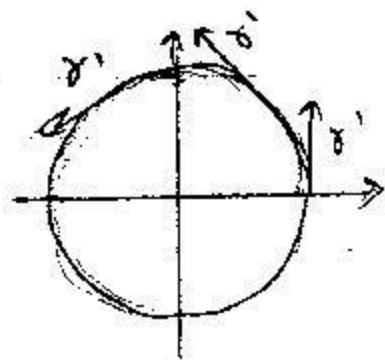
$\gamma(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ - פרמטריזציה של הפונקציה

$x_i: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ כל

הן פונקציות x_i על $a \leq t \leq b$ הנקראות

הנגזרות $\gamma'(t) = (x_1'(t), x_2'(t), \dots, x_n'(t))$

$\gamma'(t) = (-\sin t, \cos t) \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 2\pi$ $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$



$\gamma \perp \gamma'$ כל

הנגזרת $|\gamma'(t)|$ נקראת

$(\gamma \text{ חציית})$

$\frac{d}{dt} \langle \gamma(t), \eta(t) \rangle = \langle \gamma'(t), \eta(t) \rangle + \langle \gamma(t), \eta'(t) \rangle$ - הנגזרת של

$\frac{d}{dt} \langle \gamma(t), \eta(t) \rangle = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n \gamma_i(t) \eta_i(t) = \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} \{ \gamma_i(t) \eta_i(t) \}$ - הנגזרת

$\sum_{i=1}^n (\gamma_i'(t) \eta_i(t) + \gamma_i(t) \eta_i'(t)) = \sum_{i=1}^n \gamma_i'(t) \eta_i(t) + \sum_{i=1}^n \gamma_i(t) \eta_i'(t) = \langle \gamma', \eta \rangle + \langle \gamma, \eta' \rangle$

כלומר $\gamma \perp \gamma'$ - כל הנקודה על הפונקציה

$\frac{d}{dt} |\gamma(t)|^2 = \frac{d}{dt} \langle \gamma(t), \gamma(t) \rangle = 2 \langle \gamma(t), \gamma'(t) \rangle = 0$

כלומר $|\gamma(t)|$ קבוע

הפונקציה $\{x_i\}$ חציית

הנגזרת $|\gamma'(t)|$ נקראת

* הנגזרת $|\gamma'(t)|$ של

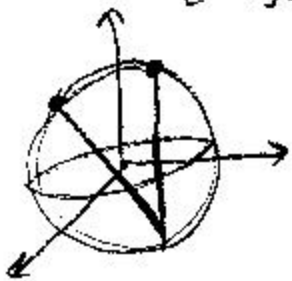
קליטת מידע

קבוצה A היא קליטת מידע אם לכל $x, y \in A$ קיימת מידע

$\gamma: [a, b] \rightarrow A$ מתחברת לכל $x, y \in A$ - $\gamma(a) = x, \gamma(b) = y$

ספירה n -ממדית $S^{n-1} = \{x \in \mathbb{R}^n; |x|=1\}$ - $n \neq 1$
 ספירה n -ממדית $S^n = \{x \in \mathbb{R}^{n+1}; |x|=1\}$ - $n \neq 1$
 ספירה n -ממדית $S^0 = \{\pm 1\}$ - $n = 1$

הסתברות γ - $\gamma(x, y) = \{tx + (1-t)y \mid 0 \leq t \leq 1\}$ היא



הסתברות γ (קליטת מידע) היא הסתברות של הסתברות

כל $\gamma \in [x, y]$: γ היא הסתברות של x ו- y

$$\gamma(t) = \frac{tx + (1-t)y}{|tx + (1-t)y|}$$

כל $\gamma \in [x, y]$: γ היא הסתברות של x ו- y - $\gamma(1) = x, \gamma(0) = y$

כל $\gamma \in [x, y]$: γ היא הסתברות של x ו- y - $\gamma(1) = x, \gamma(0) = y$

$\gamma \in [x, y]$: γ היא הסתברות של x ו- y - $\gamma(1) = x, \gamma(0) = y$

כל $\gamma \in [x, y]$: γ היא הסתברות של x ו- y - $\gamma(1) = x, \gamma(0) = y$

$\gamma \in [x, y]$: γ היא הסתברות של x ו- y - $\gamma(1) = x, \gamma(0) = y$

$\gamma \in [x, y]$: γ היא הסתברות של x ו- y - $\gamma(1) = x, \gamma(0) = y$

$\gamma \in [x, y]$: γ היא הסתברות של x ו- y - $\gamma(1) = x, \gamma(0) = y$

$$\gamma(t) = \begin{cases} \alpha(t) & 0 \leq t \leq 1 \\ \beta(t-1) & 1 \leq t \leq 2 \end{cases}$$

$\gamma \in [x, y]$: γ היא הסתברות של x ו- y - $\gamma(1) = x, \gamma(0) = y$

$\gamma \in [x, y]$: γ היא הסתברות של x ו- y - $\gamma(1) = x, \gamma(0) = y$

$f: A \rightarrow \mathbb{R}$: f היא פונקציה מ- A ל- $\mathbb{R}$ - $f(x) = 0$

$f(x) = 0$: f היא פונקציה מ- A ל- $\mathbb{R}$ - $f(x) = 0$

$f: [a, b] \rightarrow A$: f היא פונקציה מ- $[a, b]$ ל- A - $f(a) = x, f(b) = y$

$\varphi(t) = f(\gamma(t))$: φ היא פונקציה מ- $[a, b]$ ל- $\mathbb{R}$ - $\varphi(a) = f(x), \varphi(b) = f(y)$

$\varphi(t) = f(\gamma(t))$: φ היא פונקציה מ- $[a, b]$ ל- $\mathbb{R}$ - $\varphi(a) = f(x), \varphi(b) = f(y)$

$$F(\gamma(t_0)) = \varphi(t_0) = 0 \quad \text{and} \quad a < t_0 < b \quad \text{for } \gamma: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n \quad \text{with } \gamma \in C^1$$

□ $f(z) = 0$ $p, p \in N$ $z = \gamma(t_0)$ - s.k.

קיימת על אפרכסות (סרנספוטמניה זינאליה):

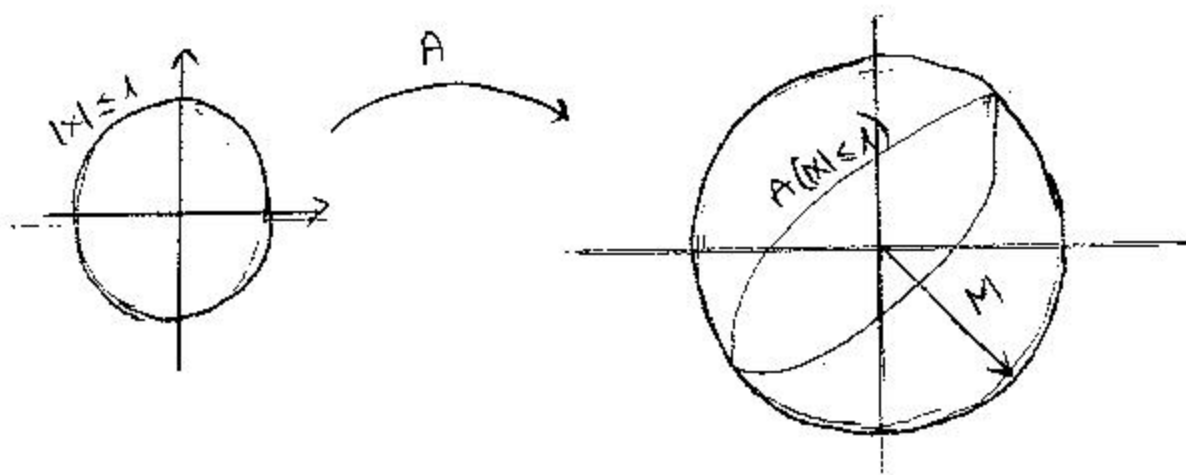
$A: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{m-1}$ $\|\cdot\|: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ lfe $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ $(1, 2, \dots, n) \geq 0 \geq 9$ n fce $\geq$
 $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n \geq 0$ π
 $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$

מספר 1377 שם המורה: מרחק: האופטיקה (מספר 1377) (mxn)

$$\|A\| = \max_{|x|=1} |Ax| \quad - \text{J.K.} \quad \text{p. 12}$$

החברות הממשליות נקראו גם כן "חברות ממשליות" - (חברות ממשליות)

כיוון $\text{ker } A$ ו- $\text{Im } A$ הם תת-חלליות של V ו- $V = \text{ker } A \oplus \text{Im } A$ (למשל, $\text{ker } A$ ו- $\text{Im } A$ הם תת-חלליות של V ו- $V = \text{ker } A \oplus \text{Im } A$).



מה היה העניין?

$$M = \{A\}$$

$$|Ax| = \|A\| \cdot |x| \quad : \quad |x|=1$$

למשל, $\|Ax\| \leq \|A\| \cdot \|x\|$: $x \in \mathbb{R}^n$ כל $\|x\|$ וכל A

ჩვენს შემთხვევაში $p=1$, $|Ax_0| = \|A\|$ - იქნება x_0 ვექტორი e ან $-e$.

$$\|A\| = \max \{ \sqrt{\lambda} ; A^t A \text{ se } m3b, \text{ to } \lambda \} \quad : 2060$$

ה'תשנ"ח: חב 86 מנעם יצחק ז"ל

[illegible]

فرض کنیم $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ و v_i را

$$Av_i = \lambda_i v_i \quad ; \quad \langle v_i, v_j \rangle = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\langle A^T A x, x \rangle = \langle A x, A x \rangle = \|A x\|^2 \geq 0$$

$$\lambda_n \geq \lambda_{n-1} \geq \dots \geq \lambda_1 \geq 0 \text{ — eigenvalues of } A^t A$$

- f8 62011, x; |x| = 1 n/p

$$|Ax|^2 = \langle Ax, Ax \rangle = \langle A^t Ax, x \rangle$$

$v_2, \dots, v_n$ - $A^t A$ לע $\exists$ $0 \leq \lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_n$ ור λ_i הסייגן פון $A^t A$

און λ_i לע $\exists$ v_i וואס $A^t A v_i = \lambda_i v_i$

$x = \sum_{i=1}^n \alpha_i v_i$ - $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}$ וואס $\|x\|=1$

$$\|x\|^2 = \left\langle \sum_{i=1}^n \alpha_i v_i, \sum_{j=1}^n \alpha_j v_j \right\rangle = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \langle v_i, v_i \rangle + \sum_{i \neq j} \alpha_i \alpha_j \langle v_i, v_j \rangle = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2$$

$$\|Ax\|^2 = \left\langle A^t A \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i v_i \right), \sum_{j=1}^n \alpha_j v_j \right\rangle = \left\langle \sum_{i=1}^n \alpha_i \underbrace{A^t A v_i}_{\lambda_i v_i}, \sum_{j=1}^n \alpha_j v_j \right\rangle = \sum_{i=1}^n \lambda_i \alpha_i^2 \leq \dots$$

$$\leq \max |\lambda_i| \cdot \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \right) = \max |\lambda_i| = \lambda_n$$

- פאר $x = v_n$ א

$$\|Av_n\|^2 = \left\langle \underbrace{A^t A v_n}_{\lambda_n v_n}, v_n \right\rangle = \lambda_n \langle v_n, v_n \rangle = \lambda_n$$

$$\|A\|^2 = \max_{\|x\|=1} \|Ax\|^2 \leq \lambda_n$$

$$\|A\| = \sqrt{\lambda_n} = \max \{ \sqrt{\lambda_i} : A^t A \text{ לע } \lambda_i \}$$

$$L \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}x + y \\ 2y \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}}_{A^t} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$A^t A = \begin{pmatrix} 3 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 5 \end{pmatrix}$$

$$8 = \text{tr}(A^t A) = \lambda_1 + \lambda_2$$

$$12 = \det(A^t A) = \lambda_1 \cdot \lambda_2$$

$$\|A\| = \sqrt{6} \quad \Leftarrow \quad \lambda_2 = 2, \lambda_1 = 6 \quad \Leftarrow$$

- $\|Ay\| \leq \alpha \|y\|$ וואס $\alpha = \sqrt{6}$

$y \in \text{Ball}$ - $\exists$ $x \neq 0$ וואס $\|x\| = 1$

$$\|Ay\| \leq \alpha \|y\|$$

$$X/Y = \{ [x] ; x \in X \}$$

- X/Y איז א $\mathbb{Z}$ -מודול

וואס $Y \subseteq X$

$$[x]_Y = \{ x+y ; y \in Y \}$$

$$x+y = z \quad \Leftrightarrow \quad y \in Y \quad \text{פאר } x, z \in X/Y$$

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99, 101, 103, 105, 107, 109, 111, 113, 115, 117, 119, 121, 123, 125, 127, 129, 131, 133, 135, 137, 139, 141, 143, 145, 147, 149, 151, 153, 155, 157, 159, 161, 163, 165, 167, 169, 171, 173, 175, 177, 179, 181, 183, 185, 187, 189, 191, 193, 195, 197, 199, 201, 203, 205, 207, 209, 211, 213, 215, 217, 219, 221, 223, 225, 227, 229, 231, 233, 235, 237, 239, 241, 243, 245, 247, 249, 251, 253, 255, 257, 259, 261, 263, 265, 267, 269, 271, 273, 275, 277, 279, 281, 283, 285, 287, 289, 291, 293, 295, 297, 299, 301, 303, 305, 307, 309, 311, 313, 315, 317, 319, 321, 323, 325, 327, 329, 331, 333, 335, 337, 339, 341, 343, 345, 347, 349, 351, 353, 355, 357, 359, 361, 363, 365, 367, 369, 371, 373, 375, 377, 379, 381, 383, 385, 387, 389, 391, 393, 395, 397, 399, 401, 403, 405, 407, 409, 411, 413, 415, 417, 419, 421, 423, 425, 427, 429, 431, 433, 435, 437, 439, 441, 443, 445, 447, 449, 451, 453, 455, 457, 459, 461, 463, 465, 467, 469, 471, 473, 475, 477, 479, 481, 483, 485, 487, 489, 491, 493, 495, 497, 499, 501, 503, 505, 507, 509, 511, 513, 515, 517, 519, 521, 523, 525, 527, 529, 531, 533, 535, 537, 539, 541, 543, 545, 547, 549, 551, 553, 555, 557, 559, 561, 563, 565, 567, 569, 571, 573, 575, 577, 579, 581, 583, 585, 587, 589, 591, 593, 595, 597, 599, 601, 603, 605, 607, 609, 611, 613, 615, 617, 619, 621, 623, 625, 627, 629, 631, 633, 635, 637, 639, 641, 643, 645, 647, 649, 651, 653, 655, 657, 659, 661, 663, 665, 667, 669, 671, 673, 675, 677, 679, 681, 683, 685, 687, 689, 691, 693, 695, 697, 699, 701, 703, 705, 707, 709, 711, 713, 715, 717, 719, 721, 723, 725, 727, 729, 731, 733, 735, 737, 739, 741, 743, 745, 747, 749, 751, 753, 755, 757, 759, 761, 763, 765, 767, 769, 771, 773, 775, 777, 779, 781, 783, 785, 787, 789, 791, 793, 795, 797, 799, 801, 803, 805, 807, 809, 811, 813, 815, 817, 819, 821, 823, 825, 827, 829, 831, 833, 835, 837, 839, 841, 843, 845, 847, 849, 851, 853, 855, 857, 859, 861, 863, 865, 867, 869, 871, 873, 875, 877, 879, 881, 883, 885, 887, 889, 891, 893, 895, 897, 899, 901, 903, 905, 907, 909, 911, 913, 915, 917, 919, 921, 923, 925, 927, 929, 931, 933, 935, 937, 939, 941, 943, 945, 947, 949, 951, 953, 955, 957, 959, 961, 963, 965, 967, 969, 971, 973, 975, 977, 979, 981, 983, 985, 987, 989, 991, 993, 995, 997, 999, 1001, 1003, 1005, 1007, 1009, 1011, 1013, 1015, 1017, 1019, 1021, 1023, 1025, 1027, 1029, 1031, 1033, 1035, 1037, 1039, 1041, 1043, 1045, 1047, 1049, 1051, 1053, 1055, 1057, 1059, 1061, 1063, 1065, 1067, 1069, 1071, 1073, 1075, 1077, 1079, 1081, 1083, 1085, 1087, 1089, 1091, 1093, 1095, 1097, 1099, 1101, 1103, 1105, 1107, 1109, 1111, 1113, 1115, 1117, 1119, 1121, 1123, 1125, 1127, 1129, 1131, 1133, 1135, 1137, 1139, 1141, 1143, 1145, 1147, 1149, 1151, 1153, 1155, 1157, 1159, 1161, 1163, 1165, 1167, 1169, 1171, 1173, 1175, 1177, 1179, 1181, 1183, 1185, 1187, 1189, 1191, 1193, 1195, 1197, 1199, 1201, 1203, 1205, 1207, 1209, 1211, 1213, 1215, 1217, 1219, 1221, 1223, 1225, 1227, 1229, 1231, 1233, 1235, 1237, 1239, 1241, 1243, 1245, 1247, 1249, 1251, 1253, 1255, 1257, 1259, 1261, 1263, 1265, 1267, 1269, 1271, 1273, 1275, 1277, 1279, 1281, 1283, 1285, 1287, 1289, 1291, 1293, 1295, 1297, 1299, 1301, 1303, 1305, 1307, 1309, 1311, 1313, 1315, 1317, 1319, 1321, 1323, 1325, 1327, 1329, 1331, 1333, 1335, 1337, 1339, 1341, 1343, 1345, 1347, 1349, 1351, 1353, 1355, 1357, 1359, 1361, 1363, 1365, 1367, 1369, 1371, 1373, 1375, 1377, 1379, 1381, 1383, 1385, 1387, 1389, 1391, 1393, 1395, 1397, 1399, 1401, 1403, 1405, 1407, 1409, 1411, 1413, 1415, 1417, 1419, 1421, 1423, 1425, 1427, 1429, 1431, 1433, 1435, 1437, 1439, 1441, 1443, 1445, 1447, 1449, 1451, 1453, 1455, 1457, 1459, 1461, 1463, 1465, 1467, 1469, 1471, 1473, 1475, 1477, 1479, 1481, 1483, 1485, 1487, 1489, 1491, 1493, 1495, 1497, 1499, 1501, 1503, 1505, 1507, 1509, 1511, 1513, 1515, 1517, 1519, 1521, 1523, 1525, 1527, 1529, 1531, 1533, 1535, 1537, 1539, 1541, 1543, 1545, 1547, 1549, 15

$f: D \rightarrow \mathbb{R}^m$
 $D \subset \mathbb{R}^n$

$$\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ (a+h \in D)}} \frac{|f(a+h) - f(a) - L(h)|}{|h|} = 0 \quad (i) \quad -2 \quad \text{yo} \quad L_a: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$$

$$f(a+h) = f(a) + \underbrace{L(h)}_{\text{line tangent at } a} + o(|h|) \quad - \text{wird nicht definiert}$$

לסביבה מאז קטן, הקיבוץ האינטימי הזה יתיר קירלי מאז שז'רפתיקציה.

$$\alpha_a = D_F(a) \quad - \text{just as } \pi \pi \pi$$

$$D_F(a)(h) = \lim_{\|h\| \rightarrow 0} \frac{F(a+h) - F(a)}{\|h\|} \quad (h \in \mathbb{R}^n) \quad (ii)$$

$F = (F_1, \dots, F_m) : a \rightarrow \dots$ $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ etc (המשקל והממד): 25-60

$\frac{\partial F_i}{\partial x_j}$: $m \times n$ Jacobian matrix of $F = (F_1, \dots, F_m)$ at a . $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$
 $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$

$$D_f(a) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \end{pmatrix}_{\substack{1 \leq i \leq m \\ 1 \leq j \leq n}} \quad 5(c)$$

ענין לפי / קיום לפיכך ענין

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3 + 2iy^3}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

ח' כח' ה': (i) 3, 1, 2 -

$$|f(x,y) - f(0,0)| = \left| \frac{x^3 + 2y^3}{x^2 + y^2} \right| \leq \frac{|x|^3 + 2|y|^3}{x^2 + y^2} \leq \frac{|x|^3}{x^2} + \frac{2|y|^3}{y^2} = |x| + 2|y| \leq C|(x,y)| \xrightarrow{(x,y) \rightarrow (0,0)} 0$$

ה'כחטל כ'צ'מא

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \quad \text{sej} \quad (ii)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x,0) - f(0,0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x} = 1$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}(0,0) = 2$$

- אצור נצח

$$D_f(0,0) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right) (0,0) = (1,2)$$

$$\frac{|F(x,y) - F(0,0) - (1,2) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}|}{\sqrt{x^2+y^2}} \xrightarrow{?} 0 \quad - \text{not } C^1 \text{ at } (0,0) \text{ (iii)}$$

$$\Rightarrow \frac{\left| \frac{x^3 + 2y^3}{x^2 + y^2} - 0 - x - 2y \right|}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\frac{\left| \frac{3x^3}{2x^2} - 3x \right|}{\sqrt{2}|x|} = \frac{3/2|x|}{\sqrt{2}|x|} = \frac{3}{2\sqrt{2}} \not\rightarrow 0 \quad \text{לפי } x=y \text{ איננו מקיפים}$$

(נניח שישנו פונקציה כזו)

לפי f ו- f ב- $(0,0)$

$$F(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2) \sin \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} & , (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & , (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

הפונקציה

$$\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$$

$$\frac{|F(x,y) - F(0,0) - (0,0) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}|}{\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{\sqrt{x^2+y^2} \sin \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} \right)}{\sqrt{x^2+y^2}} \xrightarrow{(x,y) \rightarrow (0,0)} 0$$

0 $\sin$

לפי f ו- f ב- $(0,0)$