

$$f(\overline{B_1(0)}) = \overline{f(B_1(0))} \quad (i) \quad \text{since } f \text{ is continuous}$$

$$\partial B_1(0) \ni x \text{ s.t. } f(x) = x \quad (\text{ii})$$

2018

C^1 פונקציה מהסתירה $\overline{B_1(0)}$ של f במרחב U של $f: U \rightarrow \mathbb{R}^n$.
 $\overline{B_1(0)}$ הוא קטע של f של $f(\overline{B_1(0)}) \subset \overline{B_1(0)}$

הנחת:

נניח כי f היא פונקציה רציפה על $\overline{B_1(0)}$.

היציאה $f(x)$ רכיבון x ספרה n היתוצה $\partial B_1(0) = S^{n-1}$

$$h(x) = f(x) + t(x)(x - f(x)) \quad p. 22$$

$$\begin{aligned} 1 = |u(x)|^2 &= \langle f(x) + t(x)(x - f(x)), f(x) + t(x)(x - f(x)) \rangle \\ &= |f(x)|^2 + 2t(x) \langle f(x), x - f(x) \rangle + t(x)^2 |x - f(x)|^2 \end{aligned}$$

החומר $t(x)$ הנקרא באופן חז' f . ש. הנהלתו
(המיליונר) היו אלו של e משהו $\rightarrow$

נשים אם כי המשואה הריבואית בהכרח שתלושים לונים (כי הקניין יאמר
יכלה להפיק אספרה בתיאור). לכן נפיקס קניינעט של המשואה הריבואית
הינך חובת א $\overline{B_1(s)}$ ולכן אם א V של $\overline{B_1(s)}$ הוא
ג- U .

נרש להוכיח כי $f(x) \neq x$ לכל $x \in \mathbb{R}$ שכן התקופה $3 : f(x) \neq x$ מלאה ו- V .
כמו כן נשים לב שהתחביר של $h(x)$ ו- r המאפשר $\exists$ $t(x)$ הינה
רציונל נשים לב לכל $e - x = h(x)$ עבור $x \in S^{n-1}$ ו- $(\overline{B_1(0)}) = S^{n-1}$
לכן h מקיימת את כלל 1 ולכן קיומה בלתי אפשרי.

0626711 - 1160 602N

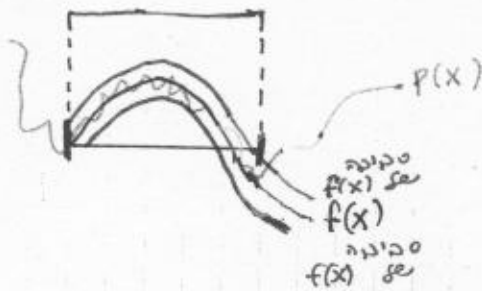
אם X זיבן קומפאקט $\rightarrow \mathbb{R}^n$. אז $C(X)$ איז פולקאמפאקט

$$\|f\| = \sup_{x \in X} |f(x)| = \max_{x \in X} |f(x)| \quad \text{מכאן נרשם} \quad f: X \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{משפחה}$$

הפונקציה $f(x)$ היא פולינום של x ויש לה 3 שורשים.

$p: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה x .

נניח $0 < \varepsilon < 1$ ונבחר p כך ש $\|f - p\| < \varepsilon$ ו $f \in C(X)$ ו $X \subset \mathbb{R}^n$.



הוכחה ברמור

נניח ש $f: B_1(0) \rightarrow \overline{B_1(0)}$ פונקציה רציפה ונקודה $x \in B_1(0)$.

אנחנו יודעים ש $p: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה פולינומית ו $\|f - p\| < \varepsilon$.

$$0 < \varepsilon = \min_{x \in B_1(0)} |x - f(x)| \text{ כאשר } |p(x) - f(x)| < \frac{\varepsilon}{3}$$

תהי $F(x) = \frac{p(x)}{1 + \varepsilon}$ נראה ש $F(x)$ מקיימת גבול 2 כל x בקרבת x .

נקודות $x \in B_1(0)$.

$$|F(x)| = \frac{|p(x)|}{1 + \varepsilon} \leq \frac{|p(x) - f(x)| + |f(x)|}{1 + \varepsilon} \leq \frac{1 + \varepsilon}{1 + \varepsilon} = 1$$

$$\begin{aligned} |F(x) - x| &\geq |f(x) - x| - |f(x) - p(x)| - |p(x) - F(x)| = \\ &= |f(x) - x| - |f(x) - p(x)| - \varepsilon |f(x)| \geq |f(x) - x| - 2\varepsilon \geq \varepsilon > 0 \end{aligned}$$

הוכחה

אם f פונקציה רציפה (כזו של ברמור) הסיקור של f הוא

הוכחה

אם f רציפה אז f היא פונקציה רציפה.

הוכחה

$k \leq n$, $\mathbb{R}^n$ גורם U $f: U \rightarrow \mathbb{R}^k$.

אם $a \in U$ ו $\text{rank}(Df)_a = k$ ו f מתנה C^1 ונניח כי $\text{rank}(Df)_a = k$.

סביבה פתוחה A של a ו $h: A \rightarrow \mathbb{R}^n$ כך ש $h(x) = (x_1, \dots, x_n)$.

$$A \ni x = (x_1, \dots, x_n) \text{ ו } f \circ h(x_1, \dots, x_n) = (x_{n-k+1}, \dots, x_n)$$

$f|_A$ היא פונקציה רציפה ו k הפונקציה היא פונקציה רציפה.

הוכחה

נניח ש $B = \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_{n-k+j}} \right)_{1 \leq i \leq k, 1 \leq j \leq k}$ ו $\text{rank}(B) = k$ ו $\text{rank}(Df)_a = k$.

$$(Df)_a = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_k}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_k}{\partial x_n} \end{pmatrix}$$

$\mathbb{R}^{n-k} \times \mathbb{R}^k$ זה כולל $\mathbb{R}^n$ הנחלק

$$F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$F(x, y) = (x, f(x, y)) \quad (x, y) \in \mathbb{R}^{n-k} \times \mathbb{R}^k$$

$$DF = \begin{pmatrix} I & 0 \\ * & B_{k \times k} \end{pmatrix}_{n \times n}$$

$$F = (x_1 \dots x_{n-k}, f_1 \dots f_k)$$

$$\det(DF)_a \neq 0$$

$$\det I \det B$$

$\tilde{f}(x, y) = (u(x, y), v(x, y)) \subset \mathbb{C}^1$ הפונקציה

$$(x, y) = F \circ G(x, y) = (u(x, y), f(u(x, y), v(x, y))) = x, f(x, v(x, y))$$

$$u(x, y) = x \quad \Leftarrow$$

$$y = f(x, v(x, y)) \quad \Leftarrow$$

$$h(x, y) = (x, v(x, y))$$

הפונקציה

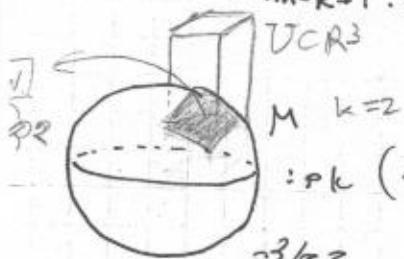
$$F(x, y) = (x, f(x, y))$$

$$f \circ h(x, \dots, x_n) = f(x, v(x, y)) = y = (x_{n-k+1}, \dots, x_n)$$

$$\leq j_1 < j_2 < \dots < j_n \quad \sigma = \begin{pmatrix} n-k+1, & n \\ j_1, & j_k \end{pmatrix} \text{ הפונקציה}$$

$$\sigma \circ \tilde{h}(x_1, \dots, x_n) = x_{n-k+1} \dots x_n$$

$$h = \sigma \circ \tilde{h} \quad \square$$



$\mathbb{R}^n \supset M$ היא יחידה k ממשית (C)

$f: W \rightarrow \mathbb{R}^n$ הפונקציה $W \subset \mathbb{R}^k$ וקיימת U סביבה פתוחה $M \ni x$ לר

$$f(W) \subset M \cap U \quad 1. \quad e \quad z$$

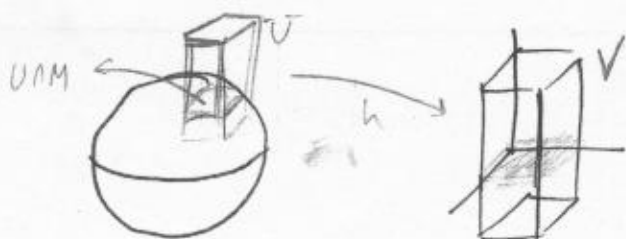
$$\text{rank}(Df_y) = k \quad w \ni y \text{ לר} \quad 2.$$

$$f^{-1}: f(W) \rightarrow W \quad 3.$$

$\mathbb{R}^n \supset M$ היא יחידה k ממשית (M)

$$h: U \rightarrow V \quad \mathbb{R}^n \supset V \text{ וקיימת פתוחה}$$

$$h(U \cap M) = V \cap (\mathbb{R}^k \times \{0\}) = \{y \in V : y_{k+1} = \dots = y_n = 0\}$$



$$W = \{a \in \mathbb{R}^k : (a, 0) \in h(U \cap M)\} \quad \text{C} \leftarrow \text{M}$$

$$f: W \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$f(a) = h^{-1}(a, 0)$$

$$\pi = p \circ h \quad f^{-1}: U \cap M \rightarrow W$$

$$f(W) = U \cap M$$

$$(f^{-1})$$

$$H = p \circ h: U \rightarrow \mathbb{R}^k$$

$$H(f(y)) = f^{-1}f(y) = y$$

$$H(f(y)) = f^{-1}f(y) = y$$

$$Id = D(H \circ f)_y = D_{f(y)} H \circ Df_y$$