

הערות

נניח $f: [g(\alpha), g(\beta)] \rightarrow \mathbb{R}$ ו $g: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$, אז

$$\int_{g(\alpha)}^{g(\beta)} f(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(g(t)) g'(t) dt$$

הצבה נכונה של פונקציה רגולרית.

$$U = \bigcup_{n=1}^{\infty} I_n$$

אם U קבוצה פתוחה ב $\mathbb{R}$ אז נאמר כי יש לה הצגה יחידה:

אז אפשר לה קטוע פתוחים.

$$I_n = (a_n, b_n) \text{ כאשר } \partial U = \overline{\bigcup_{n=1}^{\infty} \{a_n, b_n\}}$$

U ניתן להציג כסדר $\Leftrightarrow \partial U$ אפסי.

$$\int_U f(x) dx = \sum \int_{I_n} f(x) dx$$

יש שני סוגי קטעים פתוחים הנחלקים לפי האורכם: כאלו בהם

$$\int_{g(a_n)}^{g(b_n)} f(g(t)) |g'(t)| dt$$

$$\int_U f(x) dx = \sum \int_{g(a_n)}^{g(b_n)} f(g(t)) |g'(t)| dt$$

טורים

$$\nu(TA) = |\det T| \nu(A)$$

אם $T \in GL(n, \mathbb{R})$ ו $A \subset \mathbb{R}^n$ קבוצה סגורה אז

$$\nu(A) = \int_{\mathbb{R}^n} 1_A dx$$

הוכחה

$$\omega(A) = \frac{\nu(TA)}{\nu(TQ)} \text{ כאשר } Q = [0, 1]^n$$

הערות חשובות

$\omega: \mathcal{Y} \rightarrow \mathbb{R}_+$ כאשר $\mathcal{Y}$ היא קבוצת הקבוצות הדיסקיות ב $\mathbb{R}^n$.

אם $A, B \in \mathcal{Y}$ אז $\omega(A \cup B) = \omega(A) + \omega(B)$ (i) אדיטיביות של ω .

$$\omega(A \cup B) = \frac{\nu(T(A \cup B))}{\nu(TQ)} = \frac{\nu(TA)}{\nu(TQ)} + \frac{\nu(TB)}{\nu(TQ)} = \omega(A) + \omega(B)$$

על $TA, TB \in \mathcal{Y}$! T אינברסי.

(ii) ω אינווריאנטית תחת הזזה: $\mathbb{R}^n \ni x \rightarrow x + a$

$$\omega(A+x) = \frac{\nu(T(A+x))}{\nu(TQ)} = \frac{\nu(TA)}{\nu(TQ)} = \omega(A)$$

$$\omega(Q) = \frac{\nu(TQ)}{\nu(TQ)} = 1 \quad (iii)$$

$$|\det T| = \nu(TQ)$$

$$Q = \sum_{i=1}^n t_i \cdot e_i \quad 0 \leq t_i \leq 1$$

$$TQ = Te_i \quad \text{המקרה של העצם } e_i$$

נניח כי T מטריצה $n \times n$ נתונה. נכתוב $T = S_1 S_2 \dots S_k$ כמכפלה
 $\nu(TQ) = \nu(S_1 S_2 \dots S_k Q)$
 טיפוס S_j מטריצה $n \times n$ היות אתה ממשלם הסוגים הבאים:

1. $S_{e_i} = e_j$ עבור $1 \leq j \leq n$, $S_{e_m} = e_m$ עבור $m \notin \{i, j\}$
2. $S_{e_i} = c e_i$, $S_{e_j} = e_j$ עבור $j \neq i$ (כלומר עבור i מסוים מתקיים הלוחות).
 (כאשר c הוא סקלר עבור $j \neq i$ מתקיים הלוחות).

$$3. S_{e_i} = e_i + c e_j \quad \text{עבור} \quad 1 \leq i, j \leq n, \quad S_{e_m} = e_m \quad \text{עבור} \quad m \neq i$$

$$\det(AB) = \det A \cdot \det B \quad \text{נניח כי:}$$

$$\det A^{-1} = (\det A)^{-1} \quad \text{כאשר } A^{-1} \text{ קיימת.}$$

$$\nu(SQ) = \nu(Q) \quad \text{עבור } S \text{ מטריצה } n \times n \text{ מסוג 1:} \quad \text{כל } SQ = Q$$

$$\det S = 1 \quad \text{כל } \nu(SQ) = |\det S| \nu(Q) \quad \text{כל } \nu(SQ) = |\det S| \nu(Q)$$

$$2. \quad \text{עבור } S \text{ מסוג 2:} \quad \nu(SQ) = |\det S| \nu(Q) \quad \text{כל } |\det S| = |c|$$

$$3. \quad \text{עבור } S \text{ מסוג 3:} \quad f(x) = f(x_1, \dots, x_n) \quad \nu(SQ)$$

$$f(SQ) = f(x_1, \dots, x_i + c x_j, x_{i+1}, \dots, x_n)$$

$$\int_{\mathbb{R}^n} f \circ S \, dx = \int_{\mathbb{R}^n} f(x_1, \dots, x_i + c x_j, x_{i+1}, \dots, x_n) \, dx_1 \dots dx_n =$$

$$= \int \dots \left(\int_{\mathbb{R}} f(x_1, \dots, x_i + c x_j, x_{i+1}, \dots) \, dx_i \right) dx_1 \dots dx_{i-1} dx_{i+1} \dots dx_n =$$

$$= \int_{\mathbb{R}^n} f \, dx$$

$$\left(\int_{\mathbb{R}} h(x+c) \, dx = \int_{\mathbb{R}} h(x) \, dx \right)$$

$$\nu(SQ) = |\det S| \nu(Q) \quad \text{עבור } S \text{ מטריצה מסוג 1, 2, 3.}$$

$$\nu(SQ) = |\det(S)| \nu(Q) \quad \text{עבור } S \text{ מטריצה מסוג 1, 2, 3.}$$

$$A \cdot B \leq A, B \in H \quad \text{עבור } A^{-1} \text{ אם } H \text{ היא}$$

$$H = \{A\}$$

$$H = G \quad \text{כאשר } H \text{ היא}$$

$$t \in U \quad \text{עבור } 0 \neq g'(t) \in$$

המשפט

$$\int_{[0,1]^n} f(x) \, dx = \int_{[0,1]^n} \max(x_1, \dots, x_n) \, dx_1 \dots dx_n$$

כלל

המשפט

$$Q = [0, 1]^n$$

$$Q_0 = \{x_1, \dots, x_n\} \in Q: 1 \geq x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n \geq 0\}$$

המשפט - S

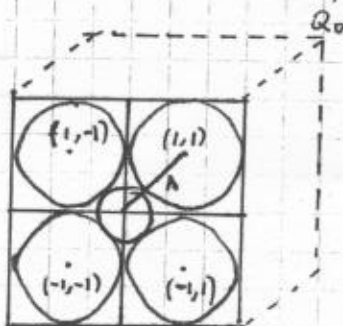
$$Q = \bigcup_{\pi \in \Pi_n} S_\pi Q_0$$

המשפט - S

$$\begin{bmatrix} x_3 > x_1 > x_2 \\ \pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\int_Q f(x) dx = \sum_{\pi \in \Pi_n} \int_{S_\pi Q_0} f(x) dx = n! \int_{Q_0} f(x) dx$$

$$\int_Q f(x) dx = \int_0^1 \dots \int_0^{x_{n-2}} \int_0^{x_{n-1}} x_1 dx_n dx_{n-1} \dots dx_1 = \frac{n}{n+1}$$



המשפט - S

$$\sqrt{1^2 + 1^2 + \dots + 1^2} = \sqrt{n}$$

המשפט

$$\Gamma(t) = \int_0^\infty x^{t-1} e^{-x} dx$$

המשפט - S

Bohr-Mollerup

$$f(\lambda s + (1-\lambda)t) \leq f(s)^{\lambda} f(t)^{1-\lambda}$$

$$\Gamma(t+1) = t \Gamma(t)$$

$$\Gamma(1) = 1$$

$$B(s,t) = \int_0^1 x^{s-1} (1-x)^{t-1} dx$$

$$B(s,t) = \frac{\Gamma(s) \Gamma(t)}{\Gamma(s+t)}$$

$$B(t,s) = B(s,t)$$

$$\nu(B_r(0)) = \nu(S_r B_1(0)) : R^n$$

$$S_r = \begin{pmatrix} r & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & r \end{pmatrix}$$

$$r^n \nu(B_1(0)) \leftarrow \det S_r = r^n > 0$$

2/16

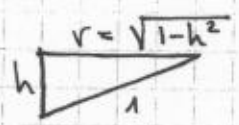
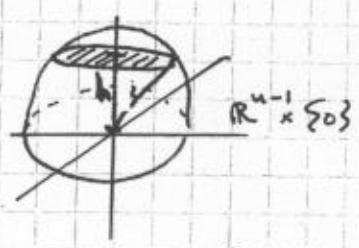
$$V(B_r(0)) = \frac{\pi^{n/2}}{\Gamma(\frac{n+2}{2})}$$

$$V(B_r(0)) = \frac{r^n \pi^{n/2}}{\Gamma(\frac{n+2}{2})}$$

μ

→ ... $V_n(B_r^{(n)}(0)) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$

$$V(B_1(0)) = \int_{[-1,1]^n} 1_{B_1(0)} dx_1 \dots dx_n = \int_{-1}^1 (1-x_n^2)^{\frac{n-1}{2}} V(B_1^{(n-1)}(0)) dx_n = (*)$$



$$(*) = 2 \frac{\pi^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma(\frac{n+1}{2})} \int_0^1 (1-x_n^2)^{\frac{n-1}{2}} dx_n =$$

$$= \frac{\pi^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma(\frac{n+1}{2})} \int_0^1 (1-y)^{\frac{n-1}{2}} y^{-\frac{1}{2}} dy = \frac{\pi^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma(\frac{n+1}{2})} B(\frac{1}{2}, \frac{n+1}{2}) =$$

$$\begin{cases} y = x_n^2 \\ dy = 2x_n dx_n \\ \frac{dy}{2\sqrt{y}} = dx_n \end{cases}$$

→ ... B ...

$$= \frac{\pi^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma(\frac{n+1}{2})} \frac{\Gamma(\frac{1}{2}) \Gamma(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(\frac{n+2}{2})} = \frac{\pi^{\frac{n}{2}}}{\Gamma(\frac{n+2}{2})}$$



$$\Gamma(\frac{1}{2})$$

→ ...