

אלגוריתמים - שיעור 13



יהיה כניסה שיעור חזרה למבחן, בשבוע האחרון לפני תחילת הסמסטר הבא.

זרה בניתוח של רעיונות מהשבוע שעבר: התאמה מחרוזת:

למצוא את ההתאמה ע"י סימולציה של אוטומט סופי = מכונה עם מצבים $m, m-1, 2, 1, 0$ עם פונקציות מעבר $\delta[q, a]$ (כאשר q הוא מצב הנוכחי, ו- a הוא האות הבא בקלט). האוטומט עובר ממצב q למצב $\delta[q, a]$ אם $T[i] = a$. כשהאוטומט במצב $q \equiv q$ המונים הראשונים של P תואמים את q המונים האחרונים של T .

האוטומט מתחיל במצב 0 וכל פעם שהוא מגיע למצב m מצאנו התאמה נדבית.

$\delta[q, a] = k$ אם a הוא אות הריש המקסימלי של P שהוא סיבא של $P[1...q]$.
אם $a = P[q+1]$ אז $\delta[q, a] = q+1$.

< כאן עברנו להסתכל בחובות הידועה. האלגוריתם הראשוני נמצא בסוף שלה >

באלגוריתם זה במח (m) .

חישוב δ עולה: $m \cdot m \cdot | \Sigma | = m^2 \cdot |\Sigma|$ שזה מעט מרעע, אך שורר ערך מעט.



< כאן חזרנו את הכול מהקוביות >

בנוסף:

הקטן S מתחבר, (m) ב- (x) את הריש המקסימלי של P שהוא סיבא של x .

טענה בקריאה: $T[i]$ האוטומט נמצא במצב $\delta(T[1...i])$.

דוגמה:

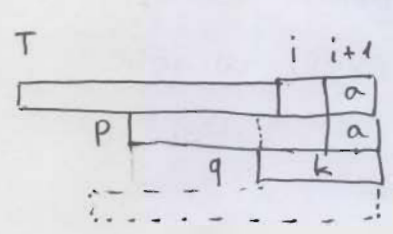
$P = ABABACA$
 $T = ACDBABA[...]$
 $\delta(T) = 3$

בפועל, לא נעזר שהאוטומט במצב m , כל P תואם את m המונים האחרונים של T שקראנו.

המתחבר הריקה

בוסתה

אם $i=0$, $\delta(T[1...i])$ ריקה, $\delta(\epsilon) = 0$ וזה אמנם המצב ההתחלתי. ליתר נכונות ב- i , כלומר, מצב האוטומט ב- $i=q$ הוא אות הריש המקסימלי של P שהוא סיבא של T עד המקום ב- i .

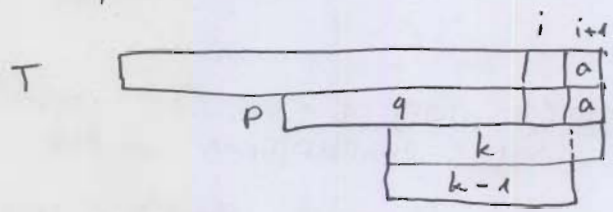


האופרטור עוקר למצב $k = \delta[q, a]$. ואם הישא של P בזמן k מתלכד עם a המיוס האחרונים של T עד $i+1$.
 מצא k מקסימלי? אם האורך של k גדול מהאורך של P , זו הייתה סתירה ~~למשפט~~ עקרון האינדוקציה, שלפיו המקום של P בשטח משמאל הוא האופטימלי (השמאלי ביותר). אם k ~~הוא~~ ^{הוא} מהויטא של P , המקסימלי של T כיום T תלוי k מקסימלי של T כיום T שניהם מהצדדים.

(אני יוצא שהסיפוק האחרונה קשה להבנה...)

האלגוריתם של Knuth-Morris-Pratt (KMP)

המטרה: לחקור את האופרטור, אבל "ללא תלות" באת הקלט הבאה.



$k = \delta[q, a]$
 $\downarrow$
 $P[1, \dots, k-1]$ הוא סיפא של $P[1, \dots, q]$.

"יבן $q-1$ (אם $P[q+1] = a$) וימין ~~למשפט~~ ^{למשפט} $P[1, \dots, q]$ שהוא סיפא של $P[1, \dots, q]$."

מסתבר רק על רישות שקטנה ממש q .
 $k-1 =$ אורך הישא המקסימלי של $P[1, \dots, q]$ (קטן q) שהוא סיפא של $P[1, \dots, q]$.

ניכר בהצדדה הפונקציה π .

$\pi[q] =$ מתיחס לרישא בזמן q של P , וערכה הוא אורך הישא (ממש) של $P[1, \dots, q]$, שהוא סיפא.

$P =$	A	B	A	B	A	C	A
$\pi =$	0	0	1	2	3	0	1

(אלגוריתם KMP, כשהוא נתקל במשפט את החיפוש, "מקפץ" את ה"מיקום" של P מש $\pi(k)$ צעדים. אם k צעדים, אין הבטחה, הוא "מקפץ" שוב את P)

(עכשיו קוראים בחיבור הירוקה את KMP-Matching במסמך לב)

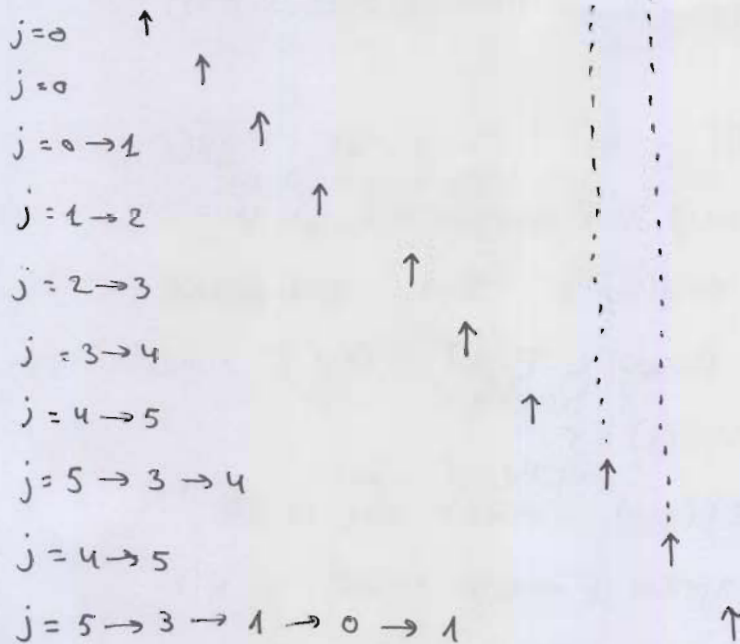
יזכיר מה `while` כאשר

1. $j = 0$ אין שום רישא מתלכד עם T עד במקום הקודם, אז:
2. סגן j ויש הבטחה בין $P[j+1]$ ויש הקלט הנוכחי. ופוקד `if` בשורה 8, בודקת אזה מקרה מפגעים קרה.

T = C B A B A B A B A A

(P = ABABACA)

צומת הרצה:



(שימו לב: כל ירידה בערך j היא ממספר n למספר (n). אנחנו נשארים בכל הצעד ולא של ד עד שאנחנו מוצאים השמה נכונה מעלים את j.

חישוב π

למיוחס ל-P עם בלקס וגם כמבנה.
(שוק, קוטאים את האלגוריתם בחיבורה הירוקה)

$k = \text{גודל הרצף המקסימלי שהיא גם סיבאשל מה שקראנו עד עכשיו.}$

זמן הרצה של חישוב π

קוף מולא ה- white: $O(m)$.

כדי לחשב את זמן הרצה של אלגוריתם ה- white, נשתמש במשפט "חשוק הפנק".
בתחילה החשבון הוא 0, ואילו מפרקים בו 1, ו-1 מ-1 פצעים לכל ה'וא', ומושכים כספים פשוטה 6. הסכום בחשבון ממיד אי-שלי. עכן, שורה 6 לא יכולה להגביל יותר מ-1 מ-1 פצעים.

לכן, כסה"כ חישוב π צורש $O(m)$ זמן, ובאופן זהה הפרוצדורה הראשית צורשת $O(n)$ זמן.

סה"כ זמן ריזה: $O(m+n)$.

בינה

האלגוריתם הוא בעצם סימולציה של האוטומט, במובן שבו אולא for עבור i הערך j הוא אורך הריש המקסימלי של p שהיא סיבא של $T[1...i]$.
לחילופין, אם עבור i יש לנו j, נקבל את $T[j] \leftarrow j$.
KMP מחשב את ע "ה המקום" במק שימש ה- π .
זה נכון כי אלגוריתם ה- white לא מסתמך עד שהוא מוצא השמה, כל הדרכים

שעליו הוא רץ מילכים רישו שכן סיפורו השאלה המליצה הונו האם הונו מפספס
ריש שהיא סיפא,

$\overline{\quad}$ $\overline{\pi}$
 $\overline{\quad}$ $\overline{\pi(j)}$
 $\overline{\quad}$ t
 $\overline{\quad}$ $\overline{\pi^2(j)}$

האם יכול להיות
שפספסני את t?

זה בלתי אפשרי, כי אם, לפי הגדרה π , $\pi(q)$ היה צריך להיות t ,
לכן האלגוריתם נכון.

מאמא יכול לזכור עוד פונקציה τ , שזוכה, בכל מקום i באקסט τ
 $\tau[i] = \text{גודל הרישא המקסימלי של } P \text{ שהיו סיפא של } [i \dots 1, \tau].$ שבו
 פשוט צריך j בסיום לולאה ה- for.

הערה לגבי המבחן

* ~~כנראה~~ יהיה שיטור חזרה.

* שש שאלות.

* שאלה הניקוד של נגה אלון:

תשובה נכונה על 5 שאלות $\leftarrow$ 50 נקודות
 תשובה נכונה על 6 שאלות $\leftarrow$ 100 נקודות

"אינשהו זה עובד"

כלומר, אין בחירה 5 השאלות האובד ביותר ~~מחשבות~~ מחשבות
 5-10%, והשאלה הפשוטה 10-15%

* החברה הירוקה תנן במבחן.

* מומת להביא דף A4 יחיד.

* לא יהיו שאלות הוכחה, "תבן שיהיו ממש שאלות הבנה שימחשו לחומר.

* באופן כללי, המבחן יהיה מורכב מתרגילים, צריך לדעת את החומר,

במובן זה שיהיה צורך להסתמך עליו או לזכור ממנו ("וכפי ששמענו
 בכיתה, את זה ניתן לעשות ב- (20"ס")

* עשויים להיות שאלות הוכחה מהסוג שמופיעות בתרגילים,

* יהיו מספרות לכתבה טובות, לא לכתוב תשובות קצרות מדי.

* "חיים טובים לכם ולכל עם וישראל"