

5 18'2 - 18'2

בט תוססה טונו אמורים אמצוא קשר קלה ביותר המהירות משהו
ב-ל (רכיב הקט'רית הנקול אטו) משהו במשקל.

הכא' ישתל בתור 68 עדינות 64 מהר אומצק את 70, כלכל
צוות י. הפתח = נקל הקשה הקלה ביותר המהירות אומצק 8-10

extract-min - מציאת המינימום
מקבלת: מערך מספרים שלמים
וחושבת: את המינימום במערך

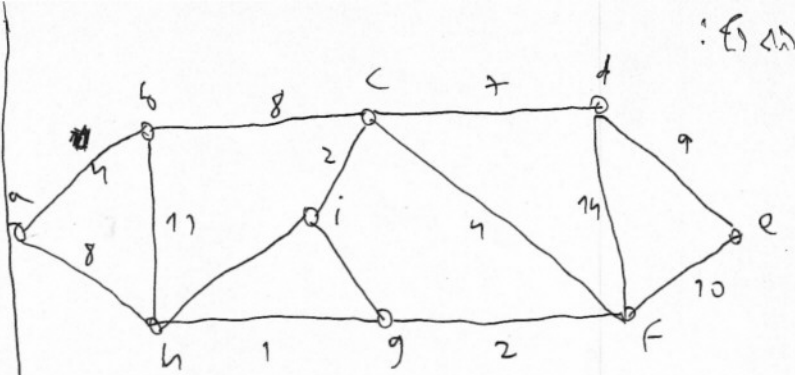
(decrease-key) $\rightarrow$ 13 a man 'we

זונת ר' צ'א: ב 1/8 ק ר' גא

המרה:

①	②	③	④		⑤	⑥	⑦	⑧
a	b	c	d	e	f	g	h	i
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
	7	8						

				①
			8	②
7	7		2	③
	6	7		④
10		2		⑤
		1		⑥
9				⑦



①-לב i האלמנטים
 שניתן לאחסן במערכת הנוכחית
 שלב נוסף יוצא בהתאם לשלב

נכונות האלמנטים מוגדרת מחדש:
 בלבד, נכנס אחר כך היתוך $(C, Q) = (C, V \cup C)$
 הנומרים ו שיוצא מ-Q מחבר ל-C בקשר חוצה קוץ ורק זו קשר באלמנט.
 ולכן הוספתי ל-Q הנכונה בסדרה.

משך חישוב

חולף מבעבור כל Q האלמנטים ש C קשר בעממים.
 קשר (u, v) כאשר u או v יוצאים מ-Q.

הוצאת מיני' $V' \times V$: $O(|V| \log |V|)$
 הסתרת ממיני' $E \times V$: $O(|E| \log |V|)$ כל $O(|E|)$ (לפי גרמנים)

בסה"כ: $O(E \log V)$ בעזרת בעזרי'ה רגילה $\leftarrow$ נכנס קוויטין.

כל $O(V \log V + E)$ " " " " " " " " " " " "



גבולות סט"ם (הנגזרת מהאל' א קרוסק) ~~הוא~~:
 - הפול א האל' א קרוסק מווי אק ורק בסדר
 הממוצע א הקטנות.

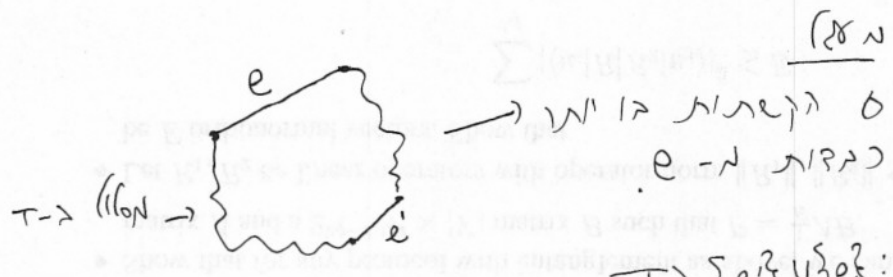
- אם אפ הקטנות יו שקלים שונים $\leftarrow$ קרוסק "צד אפ אחד ויחיד"

למה: האל' א קרוסק מסוג ל"צו א סט"ם אפול'
 (מסקנה: אם השקלים שונים יו סט"ם יחיד)

הוכחה: יהא T סט"ם ונסדר את הקטנות א בסדר שקל אלה (e_i)
 $e_1, e_2, \dots, e_n$

אין קשר ל: $w(e) < w(e_1)$, $e = (u, v)$

[אם היינו קשר נל, הייה לו געה- קרוסק הי' אחר אלה,
 וסדר זה אחר א א רוצים כי אחר רוצים שהוא יבחר בדיוק
 את הקטנות האלה (עמדה)]
 כי נניח שיש והיא אלה T :



יגנה אפ חס: $\{e_1, e_2, \dots, e_n\} \setminus T$

ואה הו אפ כוס בשקל קלן יורה.

אפ יו קשר קלה ביותר כגדול.
 אם יו כמה קטנות באותו שקל א יו, שיש את יו ואשונה בסדר.
 (האחר א) $\uparrow$
 בסמך סט"ם

באין צוקציה, נניח שהכחנו את קרוסק אחר אחר $e_1, e_2, \dots, e_n$
 סומר קרוסק הביא ז- e_i בושימת הקטנות האלו.

אם $w(e_i) = w(e_{i+1})$ ושלם את e_{i+1} מיד אחרי e_i (ובג בסדר, כי אין
 קטנות באותו שקל הסדו לערונות) וקרוסק יבחר אלה.

אם $w(e_i) < w(e_{i+1})$ אז e קטן מ- e_{i+1} ולכן:

$$w(e_i) \leq w(e) < w(e_{i+1})$$

↑
הקדמה ל- e , קטן
מ- e_{i+1} או מ- e_i

חידה: אזור מ- A בקבוצה A הנכונה.

$$\{e_1, \dots, e_i\}$$

הוכחה: נניח שקיימת קשת e לא סגורה מ- A .

e לא שייכת ל- T (כי $w(e) < w(e_{i+1})$).

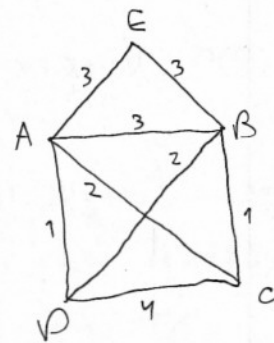
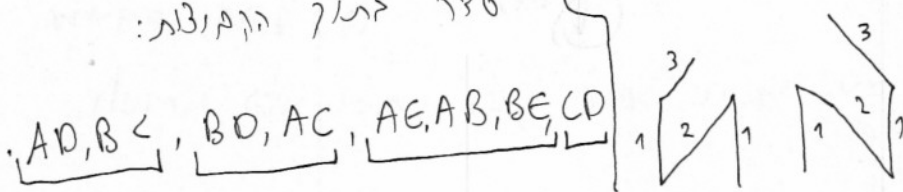
אם e סגורה מ- A בעצם הסופי T אז e לא סגורה
מ- A בצורה הנכונה, ולכן המעלה חיה קטנה קטן

ה- (e_i) סגורה קטן כ- e .

נניח שיש e קטן קטן שגורם ל- T יותר

באחד הקוסקי ופסל אחד e | הקשתות הבאות שגורן $w(e_{i+1}) > w(e)$
והוא אחד e_{i+1} ופסל בין הקשתות באותו שגורן.

הערה: יתקבל e קטן קטן
הוא קטן קטן:



הוכחה: T

למה: יהי $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה ממש $(x < y \Rightarrow F(x) < F(y))$
והיה G שגורן w של T ופסל w של T חסום:
 $w^*(e) = F(w(e))$

T סגור לפי $w \Leftrightarrow T$ סגור לפי w^*

הוכחה: נסדר את הקשתות G לפי סדר w מ- A , כ- e שייכות
את הקוסקי ופסל אחד T , ופסל יהיה w סגור לפי w^*

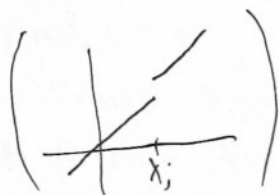
אם קרוסקי יבנה את אומדן העליון של Φ (העליון) אז ידוע
בסדר.

למה הבאנו את המילה הזו? כדי להוכיח את המילה

למה: אם T_1, T_2 עצמים זרים (G, w) ואם נסדרי את העקבות הקטנות
ל T_1 בסדרי עולה: $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{v-1}$
וכן ל T_2 : $y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_{v-1}$
אז: $x_1 = y_1, x_2 = y_2, \dots, x_{v-1} = y_{v-1}$.
(מסדיר את העקבות הקטנות)

כאשר עצמים שונים נבדלים בקטנות אף בעקבות! סומר
סומר ~~העקבות~~ שני עצמים שונים אף יכול להיות שהם
קצת יותר כבדות של העליון קלות אחרות אלו משאם
עקבות!

הוכחה: נניח ללא אס קיים אינדקס j כך ש: $x_j < y_j$ (בלתי) נאמן.
הלכתי הוא להוכיח פונ' F .

נניח: $f(x) = \begin{cases} x & x \leq x_j \\ x+1 & x > x_j \end{cases}$ פונ' אחר מש
(

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{j-1} \leq x_j \leq \dots \leq x_{v-1}$$

$$y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_{j-1} \leq y_j \leq \dots \leq y_{v-1}$$

(העליון) (העליון)

העקבות החדש ל T_1 (העליון) החדש ל T_2 (העליון) - $(v-j-1)$
 T_2 " " " " - $(v-j)$

ואם העקבות שונים וסומר מה שמונח קודם.

מסלולים קצרים ב"ר - מק"מ

נחמנו ז"ל
אחינו ז"ל
ג (נחמנו ז"ל) ונפולאט
הקללת - מספרים
משלים
אחינו ז"ל

5) ורובם ממש לא ב הדרגה $\delta(s, u)$
 כל צומת u . נקרא לה: Single Source Shortest Path.
 (הדרגה) $\sim$ All Pairs S.P. (נדרג בהמשך).

```

graph LR
    s((s)) -- 4 --> a((a))
    s -- 3 --> b((b))
    a -- 6 --> c((c))
    a -- 8 --> d((d))
    b -- 2 --> c
    b -- 1 --> d
    c -- "-2" --> d
  
```

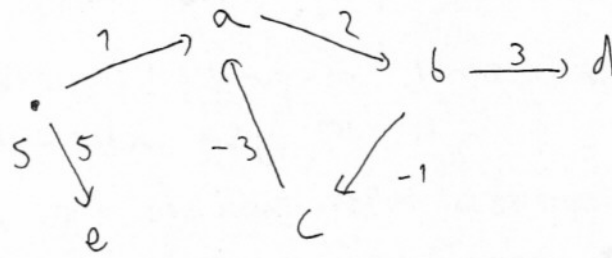
$$\begin{array}{ll} f(s, \alpha) = -4 & f(s, \beta) = 2 \\ f(s, \gamma) = 3 & f(s, \delta) = 0 \end{array}$$

כדי לגבש יהיה מוצדק, הולך, צריכים להיות $G - 2$ מספרים $S - N$.

[illegible]

אס נוס אהסמאקב דהם כמה שנוצב:

$$\delta(s, d) = -\infty$$



נתחזק ד-2 דרכים: נניח איון מעלם אלי"ם, א
האל' יבקרו אם היצב הכי קורה.

יש נזאר צמתים אלה המעל וסל' או מעיז, כמו: $\delta(s, e)$
אם ~~ה~~ גרם שאר אם יש מעל אלי' בקר רביז שהוא זרוע
ונצרוק אותו ואלו נחשק איתו ברט.

מעל' ס זה גסר. (מסבטים את הסמיות-יש ∞ מסלול בין s ל- a
אן עדיין ס מוגדר היטב)

אם אמתם אין מעלם אלי"ם אז תמיד קיים מקב s - n על
צומת u שהוא פסל (לא עגר באותו צומת בעל"ם).

הסיבה: אם יש מצב כזה: u
קמקן א קט"ו
או לא שנה



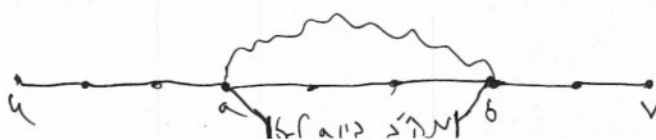
באחר אם במקב יש מעל, נצרוק אותו ובכך לא נצרוק את
המסלול (קבל שגם המסלול המקורי מקב - למעשה המעל הוא מעל)
ס ולא שינינו את גולו.

נחזור על פסל כי אלן יהיו ~~מסלול~~ מעלם במסלול $\Leftarrow$ פסל.

תכונות מקב"ם:

1. תת מסלול ל מקב הוא מקב

אם המעקף קבו
יותר, שמשו בו
מקב"ם בין u ל- v .

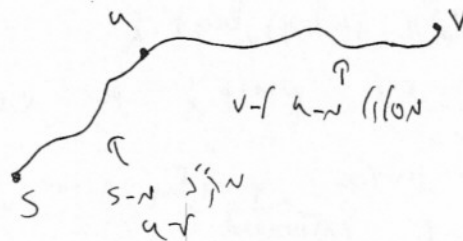


2. k -לול"ן הגולל: אם $sk(u, v) \in E$

$$\delta(s, v) \leq \delta(s, u) + w(u, v)$$

לפיכך v ו- s נחלקים ב- $\delta(s, u) + w(u, v)$

$$\delta(s, u) + w(u, v)$$



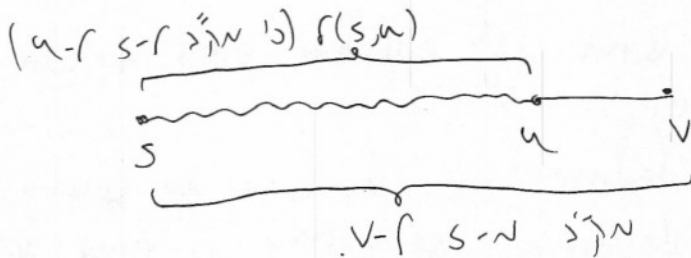
כי:

$$\underbrace{\delta(s, v)}_{\text{נתיב ישיר}} \leq \underbrace{\delta(s, u) + w(u, v)}_{\text{נתיב דרך u}}$$

לכן:

3. אם u צומת אחר לפני v בנתיב s ו- u sk :

$$\delta(s, v) = \delta(s, u) + w(u, v)$$



4. אם δ הנקודות של $\delta = 1$
אז נתיב מסלול = מסלול הקצר
והבעיה נפתרה על ידי BFS.

אם כן נראה כי הוא נסיון אחר BFS לעדכן את נקודות δ של
נראה וסיון כל (מסלול - אזורי) עליו δ האזורי נראה יתבסס

האזורי נתיב δ צומת u שני בצומת:

$$d[u] = \text{נתיב המסלול הקצר ביותר מ-} s \text{ ל-} u \text{ (הנתיב) עד צומת}$$

(מיון נמוך δ מה הוא $\delta(u, s)$)

$$\pi[u] = \text{מ-} \delta \text{ צומת הקודם אל המסלול הטוב ביותר לנתיב עד צומת}$$

נלמד תחילה את אלגוריתם Dijkstra.
 כעת יש להסתכל במחוק S.P. single source בחובות.

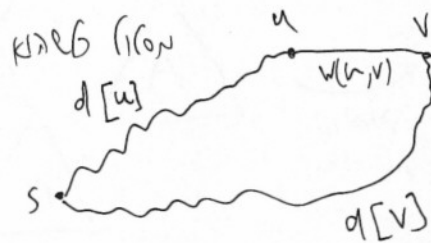
כונ' האחרון: זוגה של בחירה.

למה $d[s] = 0$? כי אין מסלולים אליה! $d(s,s) = 0$.
 (סאם הייתה צינן יותר קצרה היה מעט אליה)

$Relax(u,v,w)$: כמות של קשת (u,v) .

~~במסלול~~ בודק הצעד הבא ואם הוא טובה יותר, שומר אותו.

(קצרה משלוח, כונ' השקלים)



מטרה - אלגוריתם
 - נאמנות

העיקר של הקשתות אף לזכור. כל עוד קיימת קשת למעלה ה-RELAX
 אלה שפירוט נכנסים מה-RELAX ונחזקו ה'התחל' (עד שלב שלם
 קשת או שתפרו לשם RELAX, כמות אין סוף קשת ה-RELAX שפרו.

יש כמה אמות לא ברורות:

- האם האם הוא בכל עוצר? (כונ' ~~הוא לא יוצר~~ סאם יש
 מעט) אליה נזיל N-S. דוגמא:



אל' נכון יותר מ- (s,s) . סאם (דוגמא) יותר מ- (a,b) , הוא ינסה
~~לפרו~~ שפרו את המרחק ∞ בין s ל-b ל- $s+2$.

שבת נוסח לשון (S, A)

! 7 2 2

W.C.W.

$$A[a] = 1$$

$$\pi[a] = 5$$

יחסי
ב

$$d[5] = -1 + 2 = 1$$

$$d[a] = -1 \in d[c] = 2 \in d[s] = 3 \leftarrow$$

אמר אין געזאגט, אינטאליטעט האט געזאגט.
 כי מה זה אמר שהוא פאציסט? שווארץ ושלום ושלום...
 טומר ים צומח מתקן מספר אינטעליטעט אדום ויורק
 יתכאן ~~אין~~ קיין דעם שיש אפילו הונטר פארטאג, נאגל דעלעקט

נראה גם אין ממש גליונים, "כאילו" (שמואל) בלעדין אף הגדרתו אלו
 (בגליון) תמונת צר, והערה בסיום דואר $\alpha[v] = f(s, n)$ גל v.

תכונות a והשלך-2:

1. אל בל צומח, שם $d[u]$ יורד מונוטונית במהלך 2 (מלבד מקרים).

$$d[v] \geq \delta(s, v) \quad \text{for all } v \in V \quad \text{Q.E.D.}$$

↓

דאנערשט: 11טן מאי-1911

$$d[s] = 0 = \delta(s, s) \quad : \text{ההפרש בין אותו הדבר לאותו הדבר הוא 0}$$

if $u \in \mathcal{G}$, $d[u] = \infty \geq \delta(s, u)$

יכול לה"מ מ"ה
כא 18 נ"ס

(u, v) וחסם מרובע $RELAX \rightarrow$ גרסה

$d[u] \geq \delta(s, u) : \text{RELAX} \rightarrow \text{YES}$

נסחת ר"ן :

$$d[\underset{v}{\bullet}] < \delta(s, v)$$

$$d[s, v] \leq \delta(s, v) \leq \delta(s, u) + w(u, v) \leq d[u] + w(u, v) = d[v] \Rightarrow \text{OK}$$

↑
△

$\Delta[V] \rightarrow \Delta n e^{-}$
 .RELAX 18